



Študentská vedecká aktivita

Simulácia modelov portfólia akcií na BCPP

Ing. Roman Chladný

Sekcia: Financie, bankovníctvo a investovanie

Konzultant: Prof. RNDr. Jaroslav Ramík, CSc.

Banská Bystrica
2016

Obsah

Úvod.....	1
1 Praktická aplikácia vybraných modelov optimalizácie portfólia	1
1.1 Výpočet optimálneho portfólia na základe Markowitzovej MPT	2
1.1.1 Výpočet optimálneho portfólia transformáciou kritéria rizika na obmedzujúcu podmienku so zadanou hornou hranicou rizika b	2
1.1.2 Výpočet optimálneho portfólia transformáciou kritéria očakávaného výnosu na obmedzujúcu podmienku so zadanou dolnou hranicou výnosu c	4
1.1.3 Blackov model optimalizácie portfólia.....	5
1.1.4 Tobinov model optimalizácie portfólia	7
1.2 Výpočet optimálneho portfólia pomocou Kataokovho modelu	9
1.3 Výpočet optimálneho portfólia pomocou modelu Value at Risk	11
2 Celkové porovnanie výsledkov	13
Záver.....	14
Zoznam použitých prameňov a literatúry.....	15
Zoznam tabuliek.....	15
Zoznam obrázkov	15
Zoznam príloh	15
Prílohy	

Úvod

Predkladaná práca sa zaoberá problematikou aplikácie matematicko-štatistických metód pri investovaní do cenných papierov, najmä do nákupu akcií, následne zostavením optimálneho portfólia a ďalej možnosťami aplikácií použitých metód na akcie obchodované na Burze cenných papierov Praha. Je tu riešená konkrétna praktická úloha spočívajúca v zostavení optimálneho portfólia z 10 akcií obchodovaných na trhu Prime na Burze cenných papierov Praha na základe historických dát. Pre zostavenie optimálneho portfólia je pre ilustráciu použitých 5 rôznych modelov: Markowitzov model, Blackov model, Tobinov model, Kataokov model a model Value at Risk (VaR). Jednotlivé výstupy sú vzájomne porovnané a analyzované.

Tento text si kladie za cieľ stručne charakterizovať niektoré základné metódy optimalizácie portfólia cenných papierov, založené na teórii pravdepodobnosti, ilustrovať ich aplikáciu na reálnych dátach konkrétnych spoločností obchodovaných na Burze cenných papierov Praha, následne vytvoriť optimálne portfólio pomocou vybraných metód a na záver porovnať a analyzovať získané výsledky.

1 Praktická aplikácia vybraných modelov optimalizácie portfólia

Nasledujúci text prináša praktickú aplikáciu vybraných metód optimalizácie portfólia akcií s cieľom analyzovať a porovnať ich výstupy. Pre tieto účely sú použité vybrané charakteristické akcie 10 spoločností obchodovaných na trhu Prime na Burze cenných papierov Praha ($M = 10$). Optimálne portfólio z daných akcií je postupne vytvorené pomocou nasledujúcich modelov: Markowitzovho modelu, Blackovho modelu, Tobinovho modelu, Kataokovho modelu a modelu Value at Risk (VaR).

Vlastný výpočet je založený na princípe ex post, t.j. vychádza z analýzy historických údajov cien akcií, konkrétne na konci obchodovaného dňa. Sledované obdobie začína dňom 12.3.2015 a končí dňom 5.8.2015. Celkom sa teda jedná o 100 obchodovateľných dní ($T = 100$). Vzhľadom na relatívne stabilnú úroveň cien akcií v sledovanom období, boli do portfólia zahrnuté akcie nasledujúcich spoločností: CETV, ČEZ, ERSTE GROUP, KOMERČNÍ BANKA, PEGAS, PHILIP MORRIS, TELEFÓNICA O2, UNIPETROL, VIG (Vienna Insurance Group) a PLG (Pivovary Lobkowitz Group).

Vstupné údaje boli získané zo zdroja [1] a sú usporiadané v prílohe č. 1. Doba trvania portfólia bola stanovená na 30 obchodovateľných dní ($N = 30$) a následne boli vypočítané 30 denné výnosy jednotlivých akcií na základe vzťahu:

$$x_{it} = \frac{c_{it} - c_{i(t-N)}}{c_{i(t-N)}} \quad (1-1)$$

Výsledky sú usporiadané v prílohe č. 2, kde sú vypočítané aj očakávané priemerné výnosy jednotlivých titulov akcií R_i a očakávané rozptyly σ_i^2 týchto výnosov na základe nasledujúcich vzťahov:

$$R_i = \frac{1}{T-N} \sum_{i=N+1}^T x_{it} \quad (1-2)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{T-N} \sum_{i=N+1}^T (x_{it} - R_i)^2 \quad (1-3)$$

Všetky nasledovné výpočty optimálnej skladby portfólia sú založené na koncepcii teórie pravdepodobnosti.

1.1 Výpočet optimálneho portfólia na základe Markowitzovej MPT

Vstupnými hodnotami pre výpočet tu boli očakávané priemerné výnosy R_i (tab. 1.1) a kovariančná matica skladajúca sa z kovariancií výnosov jednotlivých titulov akcií (tab. 1.2).

Tab. 1.1: Očakávané priemerné výnosy akcií [Vlastné spracovanie]

Priemerné výnosy	CETV	ČEZ	ERSTE	KOMB	O2	PEGAS	PHILIP MORRIS	UNIPETROL	VIG	PLG
	-0,10738	-0,03797	0,05360	-0,00339	-0,12551	0,06825	-0,01786	0,11456	-0,10893	0,01876

Tab. 1.2: Kovariančná matica [Vlastné spracovanie]

Kovariančná matica	CETV	ČEZ	ERSTE	KOMB	O2	PEGAS	PHILIP MORRIS	UNIPETROL	VIG	PLG
CETV	0,00553	0,00276	0,00187	0,00114	0,02101	-0,00166	-0,00055	0,00345	0,00216	-0,00118
ČEZ	0,00276	0,00307	0,00268	-0,00047	0,01143	0,00005	-0,00099	0,00450	0,00084	-0,00159
ERSTE	0,00187	0,00268	0,00400	-0,00097	0,00944	0,00083	-0,00147	0,00597	0,00040	-0,00218
KOMB	0,00114	-0,00047	-0,00097	0,00257	0,01213	-0,00180	0,00061	-0,00128	0,00164	0,00044
O2	0,02101	0,01143	0,00944	0,01213	0,16510	-0,01226	-0,00260	0,01862	0,01523	-0,00635
PEGAS	-0,00166	0,00005	0,00083	-0,00180	-0,01226	0,00239	-0,00016	0,00119	-0,00138	-0,00035
PHILIP MORRIS	-0,00055	-0,00099	-0,00147	0,00061	-0,00260	-0,00016	0,00128	-0,00200	0,00036	0,00106
UNIPETROL	0,00345	0,00450	0,00597	-0,00128	0,01862	0,00119	-0,00200	0,01087	0,00104	-0,00348
VIG	0,00216	0,00084	0,00040	0,00164	0,01523	-0,00138	0,00036	0,00104	0,00216	-0,00009
PLG	-0,00118	-0,00159	-0,00218	0,00044	-0,00635	-0,00035	0,00106	-0,00348	-0,00009	0,00160

1.1.1 Výpočet optimálneho portfólia transformáciou kritéria rizika na obmedzujúcu podmienku so zadanou hornou hranicou rizika b

V súlade so všeobecným teoretickým popisom tohto modelu [2], bola tu riešená nasledujúca úloha matematického programovania:

$$R_{PF} = \sum R_i Z_i \rightarrow MAX, \quad (1-4)$$

za podmienok:

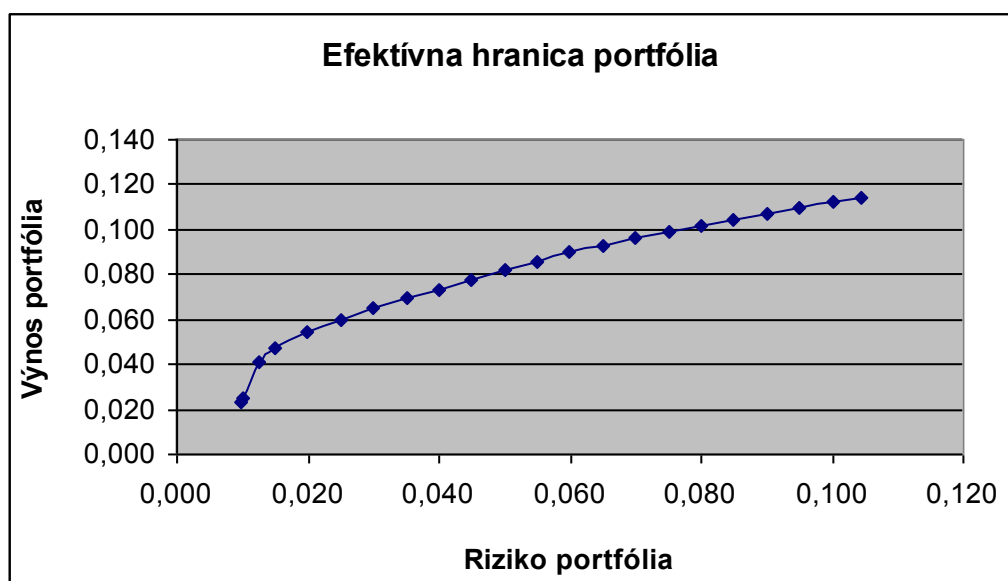
$$\sigma_{PF} = \sqrt{\sum \sum \sigma_{ij} Z_i Z_j} \leq b,$$

$$\sum Z_i = 1; Z_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, M. \quad (1-5)$$

Úloha bola riešená v programe Microsoft Excel 2003, v aplikácii Riešiteľ. Zloženie optimálneho portfólia pre jednotlivé zadané maximálne hodnoty rizika je uvedené v tabuľke 1.3. Efektívna hranica portfólia pre jednotlivé zadané maximálne hodnoty rizika je znázornená na obrázku 1.1.

Tab. 1.3: Optimálna skladba portfólia – zadaná max. hodnota rizika [Vlastné spracovanie]

Max. zadané riziko	Riziko vypočítané	Výnos portfólia	Optimálna skladba portfólia
0,1050	0,10428	0,11456	UNIPETROL 100%
0,1000	0,10000	0,11241	PEGAS 4,64%, UNIPETROL 95,36%
0,0950	0,09500	0,10987	PEGAS 10,13%, UNIPETROL 89,87%
0,0900	0,09000	0,10728	PEGAS 15,71%, UNIPETROL 84,29%
0,0850	0,08500	0,10464	PEGAS 21,42%, UNIPETROL 78,58%
0,0800	0,08000	0,10192	PEGAS 27,28%, UNIPETROL 72,72%
0,0750	0,07500	0,09911	PEGAS 33,35%, UNIPETROL 66,65%
0,0700	0,07000	0,09618	PEGAS 39,70%, UNIPETROL 60,30%
0,0650	0,06500	0,09305	PEGAS 46,45%, UNIPETROL 53,55%
0,0600	0,06000	0,08963	PEGAS 53,84%, UNIPETROL 46,16%
0,0550	0,05500	0,08574	PEGAS 56,58%, UNIPETROL 40,68%, PLG 2,73%
0,0500	0,05000	0,08171	PEGAS 51,89%, UNIPETROL 38,91%, PLG 9,20%
0,0450	0,04500	0,07764	PEGAS 47,16%, UNIPETROL 37,10%, PLG 15,74%
0,0400	0,04000	0,07350	PEGAS 42,24%, UNIPETROL 35,31%, PLG 22,45%
0,0350	0,03500	0,06935	PEGAS 37,25%, UNIPETROL 33,47%, PLG 29,28%
0,0300	0,03000	0,06484	PEGAS 32,08%, UNIPETROL 31,53%, PLG 36,39%
0,0250	0,02500	0,06012	PEGAS 26,47%, UNIPETROL 29,50%, PLG 44,03%
0,0200	0,02000	0,05460	PEGAS 20,01%, UNIPETROL 27,08%, PLG 52,91%
0,0150	0,01500	0,04702	KOMB 10,19%, PEGAS 20,54%, UNIPETROL 21,25%, PLG 48,02%
0,0125	0,01250	0,04145	ERSTE 8,54%, KOMB 13,31%, PEGAS 18,64%, UNIPETROL 14,03%, PLG 45,48%
0,0100	0,01000	0,02519	CETV 0,18%, ČEZ 8,71%, ERSTE 19,71%, KOMB 13,97%, O2 0,02%, PEGAS 15,35%, PHILIP MORRIS 0,85%, UNIPETROL 0,60%, PLG 40,61%
0,0098	0,00980	0,02297	CETV 0,63%, ČEZ 9,82%, ERSTE 17,50%, KOMB 16,55%, PEGAS 16,47%, PLG 39,03%



Obr. 1.1: Efektívna hranica portfólia – MPT so zadanou max. hodnotou rizika [Vlastné spracovanie]

1.1.2 Výpočet optimálneho portfólia transformáciou kritéria očakávaného výnosu na obmedzujúcu podmienku so zadanou dolnou hranicou výnosu c

V súlade so všeobecným teoretickým popisom tohto modelu [2], bola tu riešená nasledujúca úloha matematického programovania:

$$\sigma_{PF} = \sqrt{\sum \sum \sigma_{ij} Z_i Z_j} \rightarrow MIN, \quad (1-6)$$

za podmienok:

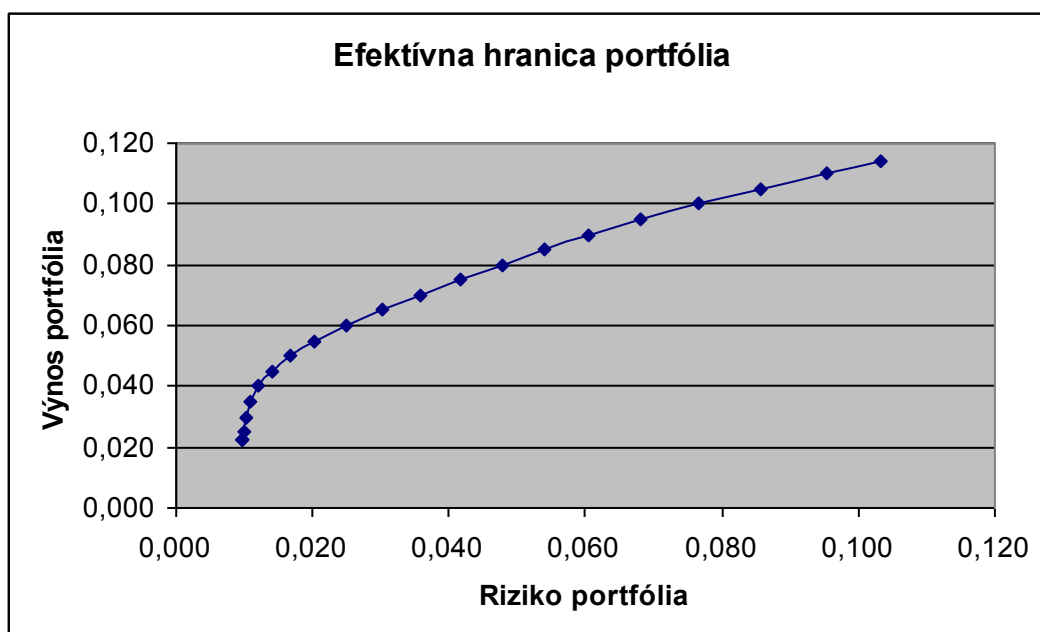
$$\begin{aligned} \sum R_i Z_i &\geq c, \\ \sum Z_i &= 1; Z_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (1-7)$$

Úloha bola riešená v programe Microsoft Excel 2003 v aplikácii Riešiteľ. Zloženie optimálneho portfólia pre jednotlivé zadané minimálne hodnoty výnosu je uvedené v tabuľke 1.4. Efektívna hranica portfólia pre jednotlivé zadané minimálne hodnoty výnosu je znázornená na obrázku 1.2.

Tab. 1.4: Optimálna skladba portfólia – zadaná min. hodnota výnosu [Vlastné spracovanie]

Min. zadaný výnos	Výnos vypočítaný	Riziko portfólia	Optimálna skladba portfólia
0,00500	0,02246	0,00980	CETV 0,93%, ČEZ 9,95%, ERSTE 16,83%, KOMB 16,81%, PEGAS 16,93%, PLG 38,55%
0,01000	0,02246	0,00980	CETV 0,93%, ČEZ 9,95%, ERSTE 16,83%, KOMB 16,81%, PEGAS 16,93%, PLG 38,55%
0,01500	0,02246	0,00980	CETV 0,93%, ČEZ 9,95%, ERSTE 16,83%, KOMB 16,81%, PEGAS 16,93%, PLG 38,55%
0,02000	0,02246	0,00980	CETV 0,93%, ČEZ 9,95%, ERSTE 16,83%, KOMB 16,81%, PEGAS 16,93%, PLG 38,55%
0,02500	0,02500	0,00985	ČEZ 8,44%, ERSTE 18,99%, KOMB 16,99%, PEGAS 16,52%, PLG 39,06%
0,03000	0,03000	0,01018	ČEZ 4,13%, ERSTE 19,63%, KOMB 16,59%, PEGAS 16,20%, UNIPETROL 2,55%, PLG 40,99%
0,03500	0,03500	0,01075	ERSTE 19,68%, KOMB 16,14%, PEGAS 15,97%, UNIPETROL 5,28%, PLG 42,93%
0,04000	0,04000	0,01198	ERSTE 11,04%, KOMB 13,94%, PEGAS 18,03%, UNIPETROL 12,07%, PLG 44,92%
0,04500	0,04500	0,01401	ERSTE 2,40%, KOMB 11,75%, PEGAS 20,10%, UNIPETROL 18,85%, PLG 46,90%
0,05000	0,05000	0,01674	KOMB 5,76%, PEGAS 19,93%, UNIPETROL 23,65%, PLG 50,66%
0,05500	0,05500	0,02032	PEGAS 20,47%, UNIPETROL 27,26%, PLG 52,27%
0,06000	0,06000	0,02488	PEGAS 26,36%, UNIPETROL 29,43%, PLG 44,21%
0,06500	0,06500	0,03017	PEGAS 32,24%, UNIPETROL 31,61%, PLG 36,15%
0,07000	0,07000	0,03587	PEGAS 38,12%, UNIPETROL 33,80%, PLG 28,08%
0,07500	0,07500	0,04180	PEGAS 44,00%, UNIPETROL 35,98%, PLG 20,02%
0,08000	0,08000	0,04789	PEGAS 49,89%, UNIPETROL 38,15%, PLG 11,96%
0,08500	0,08500	0,05408	PEGAS 55,78%, UNIPETROL 40,33%, PLG 3,89%
0,09000	0,09000	0,06052	PEGAS 53,04%, UNIPETROL 46,96%
0,09500	0,09500	0,06808	PEGAS 42,24%, UNIPETROL 57,76%
0,10000	0,10000	0,07655	PEGAS 31,44%, UNIPETROL 68,56%
0,10500	0,10500	0,08568	PEGAS 20,64%, UNIPETROL 79,36%
0,11000	0,11000	0,09526	PEGAS 9,84%, UNIPETROL 90,16%
0,11400	0,11400	0,10316	PEGAS 1,20%, UNIPETROL 98,80%

Z uvedených výsledkov jednoznačne vyplýva, že oba prístupy v rámci daného modelu vedú k rovnakej efektívnej hranici portfólia, čo je zrejmé i z grafickej interpretácie.



Obr. 1.2: Efektívna hranica portfólia – MPT so zadanou min, hodnotou výnosu[Vlastné spracovanie]

1.1.3 Blackov model optimalizácie portfólia

Blackov model predstavuje rozšírenie Markowitzovho modelu o možnosť tzv. krátkeho predaja. To znamená, že podiely akcií Z_i vo výslednom portfóliu môžu nadobúdať aj záporné hodnoty do určitej povolenej hranice. Prakticky sa jedná o to, že investor si požičiava na trhu akcie, tie predá a získané finančné prostriedky investuje do nákupu ďalších akcií. Dolná hranica podielov Z_i bola v predkladanej práci stanovená na -1 , t.j. až do 100% objemu výsledného portfólia. Výpočtový model má nasledovný tvar [2]:

$$\sigma_{PF} = \sqrt{\sum \sum \sigma_{ij} Z_i Z_j} \rightarrow \text{MIN}, \quad (1-8)$$

za podmienok:

$$\begin{aligned} \sum R_i Z_i &\geq c, \\ \sum Z_i &= 1; Z_i \geq -1; i = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (1-9)$$

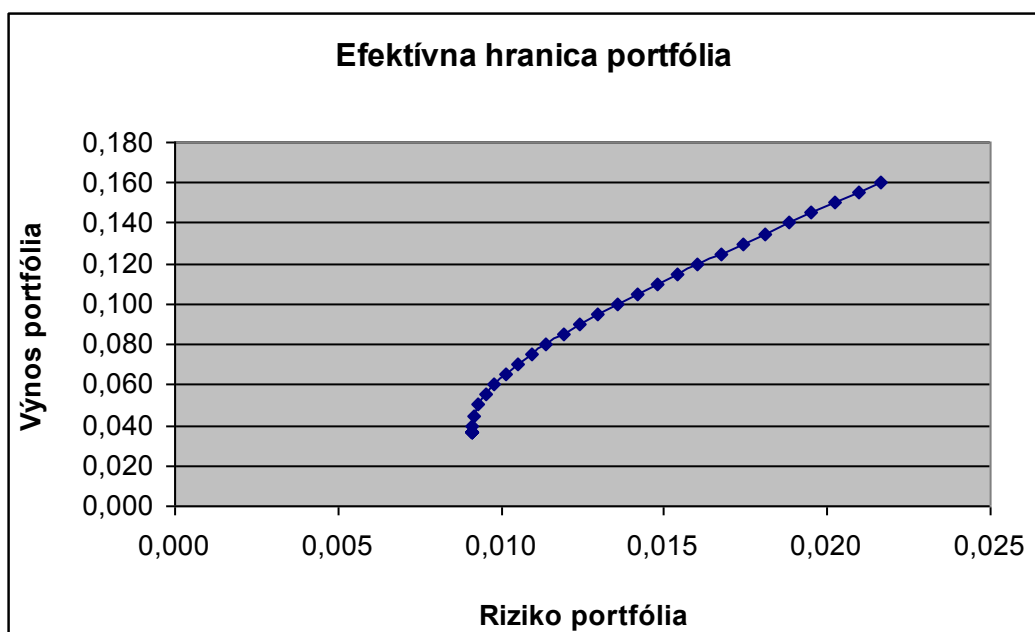
Úloha bola riešená v programe Microsoft Excel 2003 v aplikácii Riešiteľ. Aplikovaný bol spôsob výpočtu so zadaným minimálnym požadovaným výnosom a s následnou minimalizáciou rizika. Zloženie optimálneho portfólia pre jednotlivé zadané minimálne hodnoty výnosu je uvedené v tabuľke 1.5. Efektívna hranica portfólia pre jednotlivé zadané minimálne hodnoty výnosu je znázornená na obrázku 1.3.

Na prvý pohľad sú viditeľné určité odlišnosti ako v efektívnej hranici, tak aj vo výslednej skladbe optimálnych portfólií v porovnaní s modelom Markowitza. Implementácia možnosti krátkeho predaja v Blackovom modeli spôsobila:

- zúženie rozsahu rizika portfólia v rozmedzí od 0,91% do 1,81%, pričom v Markowitzovom modeli predstavoval tento rozsah interval od 0,98% do 10,32%,
- rozšírenie rozsahu výnosu portfólia od 3,69% až do 16,00%, pričom v modeli Markowitza sa tento rozsah pohyboval od 2,25% do 11,40%.

Tab. 1.5: Optimálna skladba portfólia – Blackov model [Vlastné spracovanie]

Min. zadaný výnos	Výnos vypočítaný	Riziko portfólia	Optimálna skladba portfólia
0,00500	0,03693	0,00908	CETV 2,60%, ČEZ 12,53%, ERSTE 19,17%, KOMB 24,59%, O2 (-)0,17%, PEGAS 13,06%, PHILIP MORRIS (-)1,20%, UNIPETROL 1,07%, VIG (-)15,00%, PLG 43,35%
0,01000	0,03693	0,00908	CETV 2,60%, ČEZ 12,53%, ERSTE 19,17%, KOMB 24,59%, O2 (-)0,17%, PEGAS 13,06%, PHILIP MORRIS (-)1,20%, UNIPETROL 1,07%, VIG (-)15,00%, PLG 43,35%
0,01500	0,03693	0,00908	CETV 2,60%, ČEZ 12,53%, ERSTE 19,17%, KOMB 24,59%, O2 (-)0,17%, PEGAS 13,06%, PHILIP MORRIS (-)1,20%, UNIPETROL 1,07%, VIG (-)15,00%, PLG 43,35%
0,02000	0,03693	0,00908	CETV 2,60%, ČEZ 12,53%, ERSTE 19,17%, KOMB 24,59%, O2 (-)0,17%, PEGAS 13,06%, PHILIP MORRIS (-)1,20%, UNIPETROL 1,07%, VIG (-)15,00%, PLG 43,35%
0,02500	0,03693	0,00908	CETV 2,60%, ČEZ 12,53%, ERSTE 19,17%, KOMB 24,59%, O2 (-)0,17%, PEGAS 13,06%, PHILIP MORRIS (-)1,20%, UNIPETROL 1,07%, VIG (-)15,00%, PLG 43,35%
0,03000	0,03693	0,00908	CETV 2,60%, ČEZ 12,53%, ERSTE 19,17%, KOMB 24,59%, O2 (-)0,17%, PEGAS 13,06%, PHILIP MORRIS (-)1,20%, UNIPETROL 1,07%, VIG (-)15,00%, PLG 43,35%
0,03500	0,03693	0,00908	CETV 2,60%, ČEZ 12,53%, ERSTE 19,17%, KOMB 24,59%, O2 (-)0,17%, PEGAS 13,06%, PHILIP MORRIS (-)1,20%, UNIPETROL 1,07%, VIG (-)15,00%, PLG 43,35%
0,04000	0,04000	0,00910	CETV 2,53%, ČEZ 12,24%, ERSTE 19,38%, KOMB 25,13%, O2 (-)0,04%, PEGAS 12,82%, PHILIP MORRIS (-)1,10%, UNIPETROL 1,62%, VIG (-)17,10%, PLG 44,54%
0,04500	0,04500	0,00917	CETV 2,42%, ČEZ 11,77%, ERSTE 19,71%, KOMB 26,01%, O2 0,17%, PEGAS 12,43%, PHILIP MORRIS (-)0,94%, UNIPETROL 2,51%, VIG (-)20,54%, PLG 46,46%
0,05000	0,05000	0,00932	CETV 2,31%, ČEZ 11,31%, ERSTE 20,04%, KOMB 26,89%, O2 0,39%, PEGAS 12,03%, PHILIP MORRIS (-)0,77%, UNIPETROL 3,39%, VIG (-)23,98%, PLG 48,38%
0,05500	0,05500	0,00953	CETV 2,20%, ČEZ 10,84%, ERSTE 20,38%, KOMB 27,76%, O2 0,60%, PEGAS 11,64%, PHILIP MORRIS (-)0,61%, UNIPETROL 4,28%, VIG (-)27,41%, PLG 50,31%
0,06000	0,06000	0,00980	CETV 2,10%, ČEZ 10,36%, ERSTE 20,72%, KOMB 28,63%, O2 0,82%, PEGAS 11,25%, PHILIP MORRIS (-)0,44%, UNIPETROL 5,17%, VIG (-)30,84%, PLG 52,24%
0,06500	0,06500	0,01013	CETV 1,99%, ČEZ 9,90%, ERSTE 21,06%, KOMB 29,51%, O2 1,03%, PEGAS 10,85%, PHILIP MORRIS (-)0,30%, UNIPETROL 6,06%, VIG (-)34,28%, PLG 54,17%
0,07000	0,07000	0,01051	CETV 1,88%, ČEZ 9,43%, ERSTE 21,39%, KOMB 30,39%, O2 1,25%, PEGAS 10,46%, PHILIP MORRIS (-)0,11%, UNIPETROL 6,95%, VIG (-)37,71%, PLG 56,09%
0,07500	0,07500	0,01093	CETV 1,77%, ČEZ 8,96%, ERSTE 21,73%, KOMB 31,26%, O2 1,46%, PEGAS 10,07%, PHILIP MORRIS 0,05%, UNIPETROL 7,84%, VIG (-)41,15%, PLG 58,02%
0,08000	0,08000	0,01139	CETV 1,66%, ČEZ 8,49%, ERSTE 22,06%, KOMB 32,14%, O2 1,67%, PEGAS 9,68%, PHILIP MORRIS 0,22%, UNIPETROL 8,73%, VIG (-)44,58%, PLG 59,94%
0,08500	0,08500	0,01189	CETV 1,54%, ČEZ 8,03%, ERSTE 22,40%, KOMB 33,02%, O2 1,89%, PEGAS 9,28%, PHILIP MORRIS 0,38%, UNIPETROL 9,62%, VIG (-)48,02%, PLG 61,87%
0,09000	0,09000	0,01242	CETV 1,44%, ČEZ 7,56%, ERSTE 22,73%, KOMB 33,90%, O2 2,10%, PEGAS 8,90%, PHILIP MORRIS 0,55%, UNIPETROL 10,50%, VIG (-)51,46%, PLG 63,79%
0,09500	0,09500	0,01298	CETV 1,33%, ČEZ 7,09%, ERSTE 23,07%, KOMB 34,77%, O2 2,32%, PEGAS 8,50%, PHILIP MORRIS 0,71%, UNIPETROL 11,39%, VIG (-)54,89%, PLG 65,72%
0,10000	0,10000	0,01357	CETV 1,22%, ČEZ 6,62%, ERSTE 23,40%, KOMB 35,65%, O2 2,53%, PEGAS 8,10%, PHILIP MORRIS 0,88%, UNIPETROL 12,28%, VIG (-)58,32%, PLG 67,64%
0,10500	0,10500	0,01417	CETV 1,11%, ČEZ 6,16%, ERSTE 23,74%, KOMB 36,53%, O2 2,74%, PEGAS 7,71%, PHILIP MORRIS 1,04%, UNIPETROL 13,17%, VIG (-)61,76%, PLG 69,56%
0,11000	0,11000	0,01479	CETV 1,00%, ČEZ 5,69%, ERSTE 24,07%, KOMB 37,40%, O2 2,96%, PEGAS 7,32%, PHILIP MORRIS 1,21%, UNIPETROL 14,06%, VIG (-)65,20%, PLG 71,49%
0,11500	0,11500	0,01543	CETV 0,89%, ČEZ 5,22%, ERSTE 24,41%, KOMB 38,38%, O2 3,17%, PEGAS 6,93%, PHILIP MORRIS 1,37%, UNIPETROL 14,95%, VIG (-)68,63%, PLG 73,42%
0,12000	0,12000	0,01604	CETV 0,96%, ČEZ 5,51%, ERSTE 24,19%, KOMB 37,77%, O2 3,04%, PEGAS 7,17%, PHILIP MORRIS 1,28%, UNIPETROL 14,41%, VIG (-)66,58%, PLG 72,25%
0,12500	0,12500	0,01675	CETV 0,67%, ČEZ 4,29%, ERSTE 25,07%, KOMB 40,04%, O2 3,60%, PEGAS 6,14%, PHILIP MORRIS 1,70%, UNIPETROL 16,73%, VIG (-)75,51%, PLG 77,26%
0,13000	0,13000	0,01742	CETV 0,57%, ČEZ 3,82%, ERSTE 25,41%, KOMB 40,91%, O2 3,81%, PEGAS 5,75%, PHILIP MORRIS 1,87%, UNIPETROL 17,65%, VIG (-)78,94%, PLG 79,19%
0,13500	0,13500	0,01811	CETV 0,46%, ČEZ 3,35%, ERSTE 25,75%, KOMB 41,79%, O2 4,03%, PEGAS 5,36%, PHILIP MORRIS 2,03%, UNIPETROL 18,50%, VIG (-)82,37%, PLG 81,11%
0,14000	0,14000	0,01881	CETV 0,35%, ČEZ 2,88%, ERSTE 26,08%, KOMB 42,67%, O2 4,24%, PEGAS 4,96%, PHILIP MORRIS 2,20%, UNIPETROL 19,39%, VIG (-)85,81%, PLG 83,04%
0,14500	0,14500	0,01951	CETV 0,24%, ČEZ 2,42%, ERSTE 26,42%, KOMB 43,54%, O2 4,46%, PEGAS 4,57%, PHILIP MORRIS 2,36%, UNIPETROL 20,28%, VIG (-)89,25%, PLG 84,97%
0,15000	0,15000	0,02022	CETV 0,12%, ČEZ 1,96%, ERSTE 26,72%, KOMB 44,46%, O2 4,66%, PEGAS 4,19%, PHILIP MORRIS 2,40%, UNIPETROL 21,19%, VIG (-)92,64%, PLG 86,93%
0,15500	0,15500	0,02094	CETV 0,02%, ČEZ 1,48%, ERSTE 27,09%, KOMB 45,30%, O2 4,88%, PEGAS 3,79%, PHILIP MORRIS 2,69%, UNIPETROL 22,06%, VIG (-)96,12%, PLG 88,82%
0,16000	0,16000	0,02166	CETV 0,10%, ČEZ 1,03%, ERSTE 27,40%, KOMB 46,21%, O2 5,09%, PEGAS 3,40%, PHILIP MORRIS 2,74%, UNIPETROL 22,96%, VIG (-)99,51%, PLG 90,78%



Obr.1.3: Efektívna hranica portfólia – Blackov model [Vlastné spracovanie]

Ďalšou zvláštnosťou je, že v Blackovom modeli sú v optimálnej skladbe portfólia vždy zahrnuté všetky tituly akcií, pričom akcie spoločnosti VIG vždy reprezentujú krátky predaj. Do krátkého predaja sú ešte zahrnuté akcie spoločností O2 (do úrovne výnosu 4%) a akcie spoločnosti PHILIP MORRIS (do úrovne výnosu 7%). Na základe vyššie uvedených skutočností možno skonštatovať, že Blackov model poskytuje investorovi širšie možnosti investovania, než model Markowitza a to najmä z dôvodu zníženia rozsahu rizika a súčasne možnosti zvýšenia rozsahu výnosu portfólia.

1.1.4 Tobinov model optimalizácie portfólia

Tobinov model reprezentuje rozšírenie Markowitzovho modelu o možnosť zahrnutia tzv. bezrizikovej investície do výsledného optimálneho portfólia. Ostatné podmienky zostávajú nezmenené. V predkladanej práci bolo ako bezrizikové aktívum uvažované ING konto s ročnou úrokovou sadzbou 0,70% p.a. Vzhľadom k tomu, že pracujeme s 30 dňovými výnosmi, bola v našom výpočtovom modeli uvažovaná výnosová miera $0,70/12 = 0,058\%$, ktorá reprezentuje bezrizikový výnos. V kovariančnej matici sa táto skutočnosť prejaví pridaním jedného riadku a jedného stĺpca s nulovými hodnotami do pôvodnej kovariančnej matice. Výpočtový model zostáva nezmenený a má tvar:

$$\sigma_{PF} = \sqrt{\sum \sum \sigma_{ij} Z_i Z_j} \rightarrow MIN, \quad (1-10)$$

za podmienok:

$$\sum R_i Z_i \geq c,$$

$$\sum Z_i = 1; Z_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, M. \quad (1-11)$$

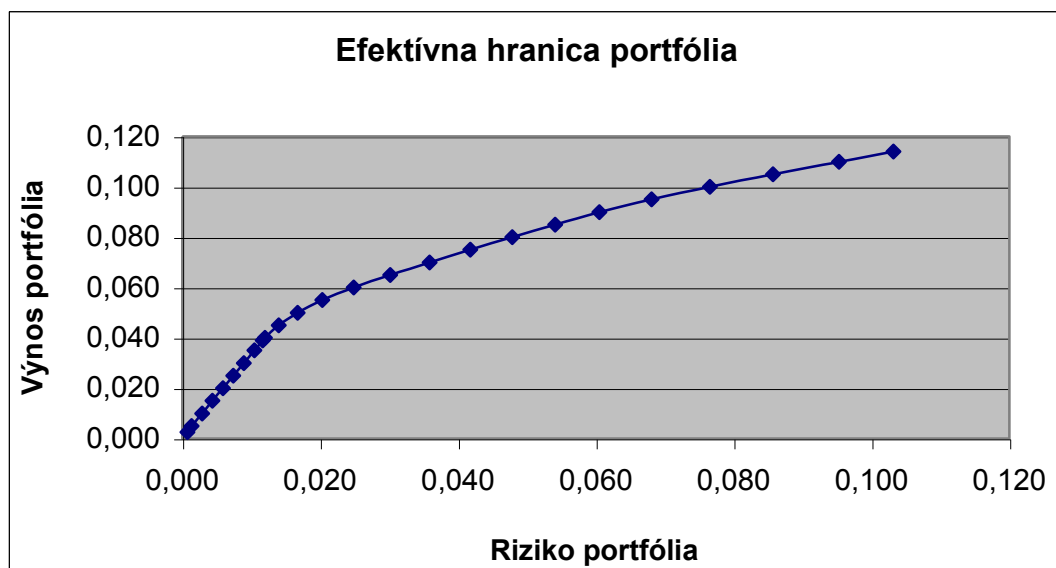
Úloha bola opäť riešená v programe Microsoft Excel 2003 v aplikácii Riešiteľ s využitím metódy výpočtu so zadaným minimálnym požadovaným výnosom a následnou minimalizáciou rizika. Zloženie optimálneho portfólia pre jednotlivé zadané minimálne hodnoty výnosu je uvedené v tabuľke 1.6. Efektívna hranica portfólia pre jednotlivé zadané minimálne hodnoty výnosu je znázornená na obrázku 1.4.

Tab. 1.6: Optimálna skladba portfólia – Tobinov model [Vlastné spracovanie]

Min. zadaný výnos	Výnos vypočítaný	Riziko portfólia	Optimálna skladba portfólia
0,00250	0,00250	0,00075	ERSTE 0,80%, KOMB 0,88%, PEGAS 1,00%, UNIPETROL 0,40%, PLG 2,15%, ING 94,77%
0,00500	0,00500	0,00134	ERSTE 1,47%, KOMB 1,65%, PEGAS 2,03%, UNIPETROL 1,23%, PLG 5,12%, ING 88,50%
0,01000	0,01000	0,00286	ERSTE 3,13%, KOMB 3,52%, PEGAS 4,32%, UNIPETROL 2,62%, PLG 10,91%, ING 75,50%
0,01500	0,01500	0,00437	ERSTE 4,79%, KOMB 5,40%, PEGAS 6,61%, UNIPETROL 4,02%, PLG 16,71%, ING 62,47%
0,02000	0,02000	0,00589	ERSTE 6,45%, KOMB 7,27%, PEGAS 8,91%, UNIPETROL 5,41%, PLG 22,50%, ING 49,46%
0,02500	0,02500	0,00741	ERSTE 8,12%, KOMB 9,14%, PEGAS 11,20%, UNIPETROL 6,81%, PLG 28,29%, ING 36,44%
0,03000	0,03000	0,00893	ERSTE 9,78%, KOMB 11,02%, PEGAS 13,49%, UNIPETROL 8,20%, PLG 34,09%, ING 23,42%
0,03500	0,03500	0,01045	ERSTE 11,44%, KOMB 12,89%, PEGAS 15,79%, UNIPETROL 9,59%, PLG 39,88%, ING 10,41%
0,03900	0,03900	0,01166	ERSTE 12,74%, KOMB 14,42%, PEGAS 17,67%, UNIPETROL 10,71%, PLG 44,46%, ING 0,01%
0,04000	0,04000	0,01198	ERSTE 11,04%, KOMB 13,94%, PEGAS 18,03%, UNIPETROL 12,07%, PLG 44,92%
0,04500	0,04500	0,01401	ERSTE 2,40%, KOMB 11,75%, PEGAS 20,10%, UNIPETROL 18,85%, PLG 46,90%
0,05000	0,05000	0,01674	KOMB 5,76%, PEGAS 19,93%, UNIPETROL 23,65%, PLG 50,66%
0,05500	0,05500	0,02032	PEGAS 20,47%, UNIPETROL 27,26%, PLG 52,27%
0,06000	0,06000	0,02488	PEGAS 26,36%, UNIPETROL 29,43%, PLG 44,21%
0,06500	0,06500	0,03017	PEGAS 32,24%, UNIPETROL 31,61%, PLG 36,15%
0,07000	0,07000	0,03587	PEGAS 38,12%, UNIPETROL 33,80%, PLG 28,08%
0,07500	0,07500	0,04180	PEGAS 44,00%, UNIPETROL 35,98%, PLG 20,02%
0,08000	0,08000	0,04789	PEGAS 49,89%, UNIPETROL 38,15%, PLG 11,96%
0,08500	0,08500	0,05408	PEGAS 55,78%, UNIPETROL 40,33%, PLG 3,89%
0,09000	0,09000	0,06052	PEGAS 53,04%, UNIPETROL 46,96%
0,09500	0,09500	0,06808	PEGAS 42,24%, UNIPETROL 57,76%
0,10000	0,10000	0,07655	PEGAS 31,44%, UNIPETROL 68,56%
0,10500	0,10500	0,08568	PEGAS 20,64%, UNIPETROL 79,36%
0,11000	0,11000	0,09526	PEGAS 9,84%, UNIPETROL 90,16%
0,11400	0,11400	0,10316	PEGAS 1,20%, UNIPETROL 98,80%

Aj v prípade Tobinovho modelu upúta našu pozornosť odlišný tvar efektívnej hranice portfólia v porovnaní s modelom Markowitza. Efektívna hranica tu vychádza z úrovne výnosu 0,058%, ktorý reprezentuje bezrizikovú investíciu a pokračuje v tvare priamky až po úroveň výnosu 3,90%. Po túto úroveň sa prejavuje vplyv bezrizikovej investície, ktorá vstupuje aj do optimálnej skladby portfólia. Ako vyplýva z tabuľky 1.7, od výnosu 4,00% a vyššie sa bezriziková investícia v zložení optimálneho portfólia už neobjavuje a zloženie portfólia a tým aj efektívna hranica kopírujú hodnoty z Markowitzovho modelu (tabuľka 1.4). Tobinov model

teda umožňuje znížiť riziko výsledného portfólia až na nulovú úroveň (pri zahrnutí bezrizikového aktíva až do výšky 100%), čo je však súčasne spojené s akceptovaním výnosu portfólia iba na úrovni bezrizikového aktíva.



Obr. 1.4: Efektívna hranica portfólia – Tobinov model [Vlastné spracovanie]

1.2 Výpočet optimálneho portfólia pomocou Kataokovho modelu

Kataokov model vychádza z Markowitzovej teórie portfólia, je však založený na myšlienke maximalizácie náhodného výnosu R , pravdepodobnosť ktorého má hodnotu aspoň $1 - \alpha$, pričom výraz $1 - \alpha$ je vopred daná požadovaná úroveň spokojnosti investora. Ak napríklad výnos portfólia $R(0,8) = 0,05$, znamená to, že 5% je maximálny výnos portfólia, ktorý bude dosiahnutý pri pravdepodobnosti 80%.

Na rozdiel od koncepcie Markowitza, kde bol ako reprezentant náhodného výnosu použitý očakávaný výnos, v Kataokovom modeli je ako reprezentant výnosu použitý tzv. $(1 - \alpha)$ výnos. V súlade so všeobecným teoretickým popisom tohto modelu [2], bola tu riešená nasledujúca úloha matematického programovania:

$$R \rightarrow \text{MAX} \quad (1-12)$$

za podmienok:

$$\text{Prob}\left(\sum_{i=1}^M R_i Z_i \geq R\right) \geq 1 - \alpha, \quad (1-13)$$

$$\sum Z_i = 1; Z_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, M. \quad (1-14)$$

Úloha optimalizácie portfólia bola opäť riešená v programe Microsoft Excel 2003, v aplikácii Riešiteľ, pričom pre účely tohto výpočtu bola úloha (1-14) až (1-16) prepísaná do nasledovného tvaru:

$$\sum_{i=1}^M E(R_i)Z_i + k_\alpha \sqrt{\sum_{i,j} s_{i,j} Z_i Z_j} \rightarrow MAX \quad (1-15)$$

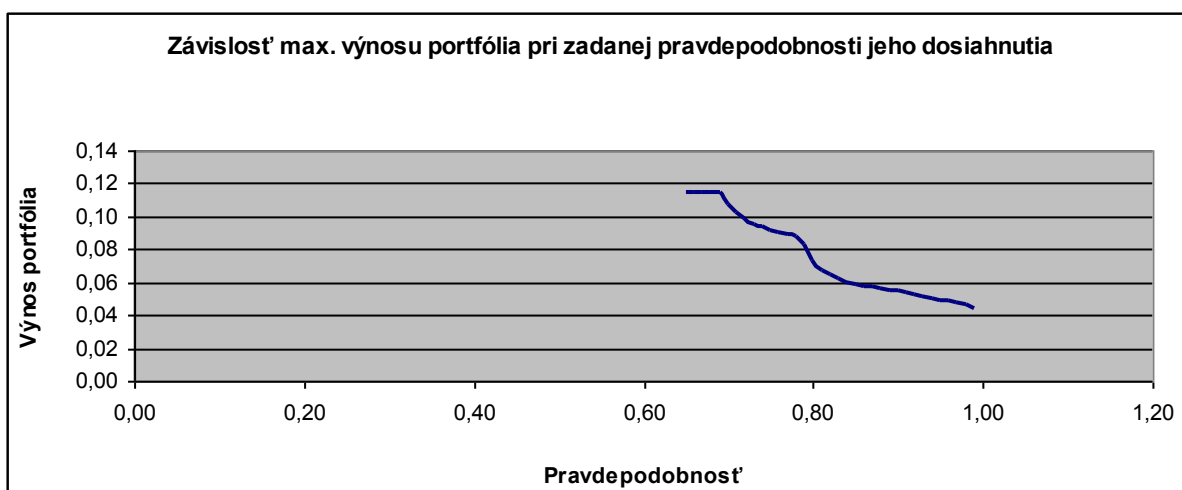
za obmedzení:

$$\sum_{i=1}^M Z_i = 1, Z_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, M. \quad (1-16)$$

Tab. 1.7: Optimálna skladba portfólia – Kataokov model [Vlastné spracovanie]

Minimálna požadovaná pravdepodob.	Max. vypočítaný výnos	Riziko vypočítané	Optimálna skladba portfólia
0,99	0,04334	0,01327	ERSTE 5,27%, KOMB 12,48%, PEGAS 19,41%, UNIPETROL 16,60%, PLG 46,25%
0,98	0,04408	0,01453	ERSTE 0,53%, KOMB 11,28%, PEGAS 20,54%, UNIPETROL 20,32%, PLG 47,33%
0,97	0,04722	0,01510	KOMB 9,91%, PEGAS 20,50%, UNIPETROL 21,41%, PLG 48,58%
0,96	0,04813	0,01561	KOMB 8,55%, PEGAS 20,32%, UNIPETROL 22,14%, PLG 48,99%
0,95	0,04907	0,01616	KOMB 7,15%, PEGAS 20,12%, UNIPETROL 22,90%, PLG 49,83%
0,94	0,05007	0,01679	KOMB 5,65%, PEGAS 19,92%, UNIPETROL 23,71%, PLG 50,72%
0,93	0,05118	0,01752	KOMB 4,01%, PEGAS 19,69%, UNIPETROL 24,60%, PLG 51,70%
0,92	0,05244	0,01840	KOMB 2,13%, PEGAS 19,44%, UNIPETROL 25,61%, PLG 52,82%
0,91	0,05389	0,01945	PEGAS 19,15%, UNIPETROL 26,78%, PLG 54,07%
0,90	0,05450	0,01992	PEGAS 19,89%, UNIPETROL 27,03%, PLG 53,08
0,89	0,05516	0,02045	PEGAS 20,66%, UNIPETROL 27,33%, PLG 52,05%
0,88	0,05590	0,02107	PEGAS 21,53%, UNIPETROL 27,65%, PLG 50,82%
0,87	0,05674	0,02179	PEGAS 22,52%, UNIPETROL 28,01%, PLG 49,47%
0,86	0,05770	0,02267	PEGAS 23,65%, UNIPETROL 28,43%, PLG 47,92%
0,85	0,05883	0,02374	PEGAS 24,98%, UNIPETROL 28,93%, PLG 46,09%
0,84	0,06020	0,02509	PEGAS 26,59%, UNIPETROL 29,52%, PLG 43,89%
0,83	0,06192	0,02685	PEGAS 28,61%, UNIPETROL 30,27%, PLG 41,12%
0,82	0,06418	0,02927	PEGAS 31,28%, UNIPETROL 31,25%, PLG 37,47%
0,81	0,06739	0,03286	PEGAS 35,05%, UNIPETROL 32,66%, PLG 32,29%
0,80	0,07256	0,03888	PEGAS 41,13%, UNIPETROL 34,91%, PLG 23,96%
0,79	0,08333	0,05200	PEGAS 53,81%, UNIPETROL 39,60%, PLG 6,59%
0,78	0,08815	0,05802	PEGAS 57,03%, UNIPETROL 42,97%
0,77	0,08918	0,05939	PEGAS 54,80%, UNIPETROL 45,20%
0,76	0,09037	0,06104	PEGAS 52,23%, UNIPETROL 47,70%
0,75	0,09177	0,06306	PEGAS 49,22%, UNIPETROL 50,78%
0,74	0,09343	0,06560	PEGAS 45,62%, UNIPETROL 54,38%
0,73	0,09549	0,06887	PEGAS 41,18%, UNIPETROL 58,82%
0,72	0,09811	0,07327	PEGAS 35,51%, UNIPETROL 64,49%
0,71	0,10166	0,07952	PEGAS 27,86%, UNIPETROL 72,14%
0,70	0,10686	0,08919	PEGAS 16,63%, UNIPETROL 83,37%
0,69	0,11456	0,10428	UNIPETROL 100%

Príslušné zloženie optimálneho portfólia pre jednotlivé zadané minimálne požadované pravdepodobnosti dosiahnutia maximálneho výnosu je uvedené v tabuľke 1.7. Z tejto tabuľky a následne aj z obr. 1.5 je zrejmé, že čím vyššia je požadovaná pravdepodobnosť dosiahnutia maximálneho výnosu, tým nižší je maximálny výnos tohto portfólia.



Obr. 1.5: Kataokov model – závislosť max. výnosu na zadanej pravdepodobnosti [Vlastné spracovanie]

1.3 Výpočet optimálneho portfólia pomocou modelu Value at Risk

Model je založený na definícii rizika ako na pravdepodobnosti, že výnos (strata) portfólia bude nižší (vyššia), než je stanovená úroveň výnosu (straty). Ak investori adoptujú túto definíciu rizika, potom portfólio bude optimálne, keď bude minimalizovaná pravdepodobnosť výskytu situácie, že výnos (strata) portfólia bude nižší (vyššia), než vytýčená úroveň [3].

Value at Risk je definovaný ako jednostranný interval spoľahlivosti potenciálnych strát hodnoty portfólia počas špecifikovanej doby jeho trvania. Miera rizika pri metóde VaR v podstate predstavuje opisnú štatistickú charakteristiku – percentil odhadovaného rozdelenia možných ziskov, resp. strát hodnoty portfólia. Ak je napríklad 95%-ný jednoduchý VaR portfólia rovný 100,- EUR, znamená to, že strata hodnoty portfólia s 95% pravdepodobnosťou nepresiahne v priebehu nasledujúceho dňa hodnotu 100,- EUR. V súlade so všeobecným teoretickým popisom tohto modelu [2], bola tu riešená nasledujúca úloha matematického programovania:

$$1 - \alpha \rightarrow \text{MIN} \quad (1-17)$$

za podmienok:

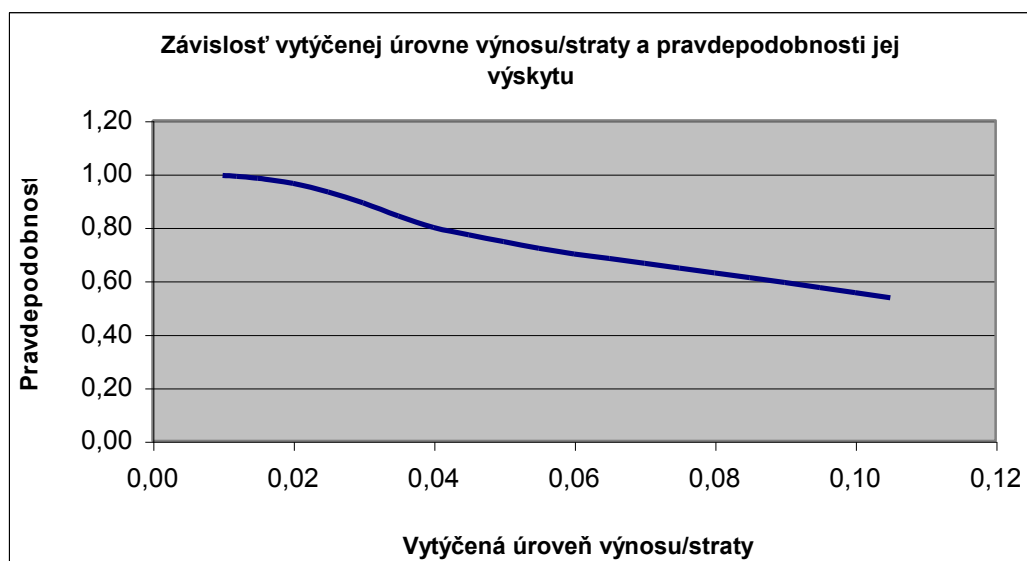
$$\text{Prob} \left(\sum_{i=1}^M R_i Z_i \leq R \right) \leq 1 - \alpha, \quad (1-18)$$

$$\sum Z_i = 1; Z_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, M. \quad (1-19)$$

Úloha bola riešená v programe Microsoft Excel 2003, v aplikácii Riešiteľ. Zloženie optimálneho portfólia pre jednotlivé zadané hodnoty minimálneho výnosu (resp. straty) je uvedené v tab. 1.8. Z tabuľky je zrejmé, že čím vyššie je vytýčená úroveň výnosu/straty, tým nižšia je pravdepodobnosť jej výskytu. Táto závislosť je graficky znázornená na obrázku 1.6.

Tab. 1.8: Optimálna skladba portfólia – Model VaR [Vlastné spracovanie]

Zadaný výnos	Výnos vypočítaný	Riziko	Pravdepodobnosť	Optimálna skladba portfólia
0,0100	0,04204	0,01273	0,9941	ERSTE 7,51%, KOMB 13,04%, PEGAS 18,88%, UNIPETROL 14,84%, PLG 45,73%
0,0120	0,04306	0,01315	0,9909	ERSTE 5,75%, KOMB 12,60%, PEGAS 19,29%, UNIPETROL 16,23%, PLG 46,13%
0,0150	0,04504	0,01403	0,9838	ERSTE 2,33%, KOMB 11,74%, PEGAS 20,11%, UNIPETROL 18,91%, PLG 46,91%
0,0200	0,04774	0,01539	0,9643	KOMB 9,14%, PEGAS 20,40%, UNIPETROL 21,82%, PLG 48,64%
0,0250	0,05090	0,01733	0,9324	KOMB 4,42%, PEGAS 19,75%, UNIPETROL 24,37%, PLG 51,46%
0,0300	0,05511	0,02041	0,8908	PEGAS 20,59%, UNIPETROL 27,31%, PLG 52,10%
0,0350	0,05984	0,02472	0,8425	PEGAS 26,16%, UNIPETROL 29,36%, PLG 44,48%
0,0400	0,07340	0,03989	0,7988	PEGAS 42,13%, UNIPETROL 35,27%, PLG 22,60%
0,0450	0,08901	0,05917	0,7715	PEGAS 55,16%, UNIPETROL 44,84%
0,0500	0,09237	0,06397	0,7461	PEGAS 47,91%, UNIPETROL 52,09%
0,0550	0,09756	0,07233	0,7219	PEGAS 36,71%, UNIPETROL 63,29%
0,0600	0,10682	0,08912	0,7003	PEGAS 16,71%, UNIPETROL 83,29%
0,0650	0,11456	0,10428	0,6827	UNIPETROL 100%
0,0700	0,11456	0,10428	0,6654	UNIPETROL 100%
0,0750	0,11456	0,10428	0,6478	UNIPETROL 100%
0,0800	0,11456	0,10428	0,6298	UNIPETROL 100%
0,0850	0,11456	0,10428	0,6116	UNIPETROL 100%
0,0900	0,11456	0,10428	0,5931	UNIPETROL 100%
0,0950	0,11456	0,10428	0,5744	UNIPETROL 100%



Obr. 1.6: Závislosť vytyčenej úrovne výnosu/straty a pravdepodobnosti jej výskytu – Model VaR [Vlastné spracovanie]

Pri tomto prístupe si investor stanoví výnos portfólia, ktorý z jeho pohľadu predstavuje maximálne akceptovateľnú úroveň straty. Táto úroveň najčastejšie predstavuje výnos nižší, než je bezriziková úroková sadzba, reprezentovaná napr. štátnymi cennými papiermi. Tabuľka 1.8 teda zachytáva skladby optimálnych portfólií pri rôzne vytyčených úrovniach straty z pohľadu investora. Z tabuľky 1.8 tiež vyplýva, že maximálny dosiahnuteľný výnos daného portfólia je 11,456% pri riziku 10,428%.

2 Celkové porovnanie výsledkov

Na základe porovnania výstupov z jednotlivých metód analýzy daného portfólia akcií môžeme konštatovať, že efektívna hranica portfólia bude v rámci Markowitzovej koncepcie rovnaká pre oba spôsoby výpočtu. Blackov model, v dôsledku umožnenia krátkeho predaja, zúži rozsah rizika a súčasne rozšíri rozsah výnosov, čím dôjde z pohľadu investora k priaznivej modifikácii efektívnej hranice. Je zaujímavé, že pri aplikácii tohto modelu budú v optimálnom portfóliu vždy zastúpené všetky tituly akcií. Tobinov model predĺži efektívnu hranicu až do nulovej úrovne rizika, avšak za cenu akceptovania nízkeho výnosu bezrizikového aktíva. Od určitej úrovne (v našom prípade 4,00%) kopíruje efektívna hranica v Tobinovom modeli efektívnu hranicu z koncepcie MPT. Tento „zlom“ je závislý na výške úrokovej miera bezrizikového aktíva. Čím vyššia úroková sadzba, tým bude vplyv bezrizikového aktíva väčší. Vzhľadom na odlišnú filozofiu u Kataokovho modelu a tiež u modelu VaR, nehovoríme v týchto prípadoch o efektívnej hranici, je však evidentné, že hodnoty výnosu, rizika a skladby optimálnych portfólií získaných pomocou týchto koncepcií, korešpondujú s hodnotami výnosu, rizika a zloženia portfólií z koncepcie MPT. Pre ilustráciu tohto tvrdenia urobíme porovnanie výstupov z jednotlivých metód pri vypočítanej úrovni výnosu portfólia ~5,50%, ktorá sa vyskytuje vo všetkých výstupných tabuľkách z jednotlivých modelov.

Tab. 2.9: Porovnanie optimálnych portfólií pri použití rôznych metód výpočtu [Vlastné spracovanie]

Použitá metóda	Výnos	Riziko	Skladba optimálneho portfólia
MPT – zadaný min. výnos	5,50%	2,03%	PEGAS 20,47%, UNIPETROL 27,26%, PLG 52,27%
MPT – zadané max. riziko	5,46%	2,00%	PEGAS 20,01%, UNIPETROL 27,08%, PLG 52,91%
Blackov model	5,50%	0,95%	CETV 2,20%, ČEZ 10,84%, ERSTE 20,38%, KOMB 27,76%, O2 0,60%, PEGAS 11,64%, PHILIP MORRIS (-)0,61%, UNIPETROL 4,28%, VIG (-)27,41%, PLG 50,31%
Tobinov model	5,50%	2,03%	PEGAS 20,47%, UNIPETROL 27,26%, PLG 52,27%
Kataokov model	5,52%	2,05%	PEGAS 20,66%, UNIPETROL 27,33%, PLG 52,01%
Model VaR	5,51%	2,04%	PEGAS 20,59%, UNIPETROL 27,31%, PLG 52,10%

Minimálne rozdiely vo výslednej skladbe optimálneho portfólia pri prakticky rovnakých úrovniach výnosu a rizika, potvrdzujú konštatovanie o kopírovaní efektívnej hranice portfólia dosiahnutej pri použití rôznych metód výpočtu. Výnimkou je Blackov model, ktorý, ako už bolo uvedené, znižuje riziko výsledného optimálneho portfólia, čo je viditeľné aj v tabuľke 2.9.

Každá z vyššie prezentovaných metód zodpovedá stratégii pri investovaní do akcií. Pri použití koncepcie MPT si investor volí min. požadovaný výnos, príp. max. akceptovateľné riziko. Pri použití Kataokovho modelu je pre investora prioritná vopred stanovená minimálna pravdepodobnosť dosiahnutia určitého výnosu a pri tejto pravdepodobnosti sa investor následne snaží maximalizovať výnos portfólia. Pri použití modelu VaR je pre investora kritická iba jedna hodnota výnosu daného portfólia, ktorá z jeho pohľadu reprezentuje maximálne akceptovateľnú úroveň straty a pravdepodobnosť výskytu tejto straty sa investor následne snaží minimalizovať.

Záver

Existuje veľa rôznych koncepcií a prístupov k analýze portfólia. V predkladanej práci bol ako nástroj pre zostavenie optimálneho portfólia prezentovaný pravdepodobnostný prístup, ktorý chápe výnos z investície ako náhodnú veličinu, ktorá je najčastejšie vyjadrená strednou hodnotou a smerodajnou odchýlkou, príp. rozptylom, predstavujúcim riziko zmeny očakávaného výnosu. V rámci tohto prístupu boli prezentované 3 vybrané koncepcie: Markowitzova teória portfólia (MPT), Kataokov model a model Value at Risk (VaR).

Cieľom predkladanej práce bolo stručne popísať vybrané metódy optimalizácie portfólia cenných papierov, ilustrovať ich aplikáciu na reálnych dátach z Burzy cenných papierov Praha (BCPP), vytvoriť optimálne portfólio pomocou vybraných modelov a porovnať získané výsledky. Bolo vybraných 10 akcií obchodovaných na trhu Prime na BCPP a pre výpočet optimálneho portfólia boli postupne použité: Markowitzov model, Blackov model, Tobinov model, Kataokov model a Model Value at Risk (VaR).

Z porovnania jednotlivých výstupov vyplynulo, že oba spôsoby výpočtu v rámci Markowitzovho modelu optimalizácie portfólia vedú k identickej efektívnej hranici a následne aj k rovnakej skladbe optimálneho portfólia pri rovnakých úrovniach výnosu a rizika. Umožnenie krátko predaja v Blackovom modeli vedie z pohľadu investora k priaznivej modifikácii efektívnej hranice, pretože dochádza k zúženiu rozsahu rizika a súčasne k rozšíreniu rozsahu výnosov. Vplyv bezrizikového aktíva v Tobinovom modeli sa prejavuje predĺžením efektívnej hranice až do nulovej úrovne rizika, avšak za súčasného zníženia výnosu portfólia. Kataokov model a model VaR sú založené na odlišnej filozofii než MPT, preto v týchto prípadoch už nehovoríme o efektívnej hranici, avšak v praktickej časti bolo preukázané, že hodnoty výnosu a rizika optimálnych portfólií kopírujú hodnoty efektívnej hranice z koncepcie MPT. Voľba príslušnej metódy pri investovaní do akcií bude závisieť na vytýčenej stratégii daného investora, pretože každá metóda vychádza z inej priority investovania. Pri použití modelov v rámci koncepcie MPT si investor stanovuje minimálny požadovaný výnos, prípadne maximálne akceptovateľné riziko. Pri použití Kataokovho modelu je pre investora najdôležitejšia minimálna požadovaná úroveň pravdepodobnosti dosiahnutia určitého výnosu a pri dodržaní tejto hladiny pravdepodobnosti sa investor následne snaží svoj výnos maximalizovať. Pri aplikácii modelu VaR je pre investora prioritná maximálne akceptovateľná úroveň straty a pravdepodobnosť výskytu tejto straty sa investor snaží minimalizovať.

Vytvorením optimálneho portfólia pomocou rôznych metód v rámci pravdepodobnostného prístupu a následným porovnaním a analyzovaním výsledkov, bol cieľ tejto práce úspešne zavŕšený.

Zoznam použitých prameňov a literatúry

- [1] Akcie online [online]. Dostupné z URL: <<http://www.akcie.cz>>
- [2] RAMÍK, J., 2012. *Ekonomicko – matematické metody*. Projekt OP VK č. CZ.1.07/2.2.00/28.0017 „Inovace studijních programů na Slezské univerzitě, Obchodně podnikatelské fakultě v Karviné“. Karviná.
- [3] HUANG, X., 2010. *Portfolio Analysis. From Probabilistic to Credibilistic and Uncertain Approaches*. Berlin: Springer-Verlag. ISBN 978-3-642-11213-3.

Zoznam tabuliek

Tabuľka 1.1: Očakávané priemerné výnosy akcií.....	2
Tabuľka 1.2: Kovariančná matica	2
Tabuľka 1.3: Optimálna skladba portfólia – zadaná max. hodnota rizika	3
Tabuľka 1.4: Optimálna skladba portfólia – zadaná min. hodnota výnosu	4
Tabuľka 1.5: Optimálna skladba portfólia – Blackov model.....	6
Tabuľka 1.6: Optimálna skladba portfólia – Tobinov model.....	8
Tabuľka 1.7: Optimálna skladba portfólia – Kataokov model.....	10
Tabuľka 1.8: Optimálna skladba portfólia – Model VaR	12
Tabuľka 2.9: Porovnanie optimálnych portfólií pri použití rôznych metód výpočtu	13

Zoznam obrázkov

Obr. 1.1: Efektívna hranica portfólia – MPT so zadanou max. hodnotou rizika	3
Obr. 1.2: Efektívna hranica portfólia – MPT so zadanou min. hodnotou výnosu	5
Obr. 1.3: Efektívna hranica portfólia – Blackov model	7
Obr. 1.4: Efektívna hranica portfólia – Tobinov model.....	9
Obr. 1.5: Závislosť max. výnosu na zadanej pravdepodobnosti – Kataokov model.....	11
Obr. 1.6: Závislosť vytýčenej úrovne výnosu/straty a pravdepodobnosti jej výskytu	12

Zoznam príloh

- Príloha 1: Záverečné ceny akcií na konci obchodovaného dňa
- Príloha 2: 30 denné výnosy jednotlivých akcií

Príloha č 1: Záverečné ceny akcií na konci obchodovaného dňa [20]

P.č.	Dátum	CETV	ČEZ	ERSTE	KOMB	O2	PEGAS	PHILIP MORRIS	UNIPETROL	VIG	PLG
1.	12.3.2015	67,00	614,00	630,00	5 429,00	198,40	684,70	11 240,00	133,00	1 114,00	184,90
2.	13.3.2015	67,75	609,00	636,80	5 590,00	206,50	687,50	11 250,00	133,00	1 123,00	186,00
3.	16.3.2015	67,05	611,00	646,00	5 492,00	201,80	689,00	11 245,00	130,95	1 135,00	182,80
4.	17.3.2015	66,90	616,50	627,00	5 600,00	202,10	686,00	11 260,00	127,15	1 117,00	183,00
5.	18.3.2015	67,30	626,60	615,10	5 629,00	196,00	687,00	11 200,00	125,70	1 119,00	183,00
6.	19.3.2015	68,40	627,80	628,50	5 667,00	200,00	703,50	11 265,00	121,55	1 138,00	183,10
7.	20.3.2015	68,10	631,60	628,50	5 600,00	205,30	701,00	11 250,00	123,00	1 151,00	183,50
8.	23.3.2015	68,50	637,00	632,70	5 555,00	200,90	703,50	11 250,00	127,75	1 152,00	185,90
9.	24.3.2015	69,00	640,10	643,00	5 558,00	204,00	702,00	11 212,00	127,40	1 144,00	183,95
10.	25.3.2015	69,80	633,00	636,30	5 552,00	201,00	704,00	11 245,00	125,40	1 148,00	182,80
11.	26.3.2015	67,20	626,00	624,40	5 495,00	200,50	702,00	11 210,00	127,95	1 136,00	182,80
12.	27.3.2015	67,60	623,00	616,50	5 400,00	203,50	699,00	11 186,00	127,00	1 124,00	185,50
13.	30.3.2015	69,75	625,10	625,00	5 528,00	201,80	707,70	11 180,00	126,35	1 122,00	185,80
14.	31.3.2015	67,60	627,50	628,50	5 540,00	205,10	700,00	11 152,00	126,30	1 124,00	182,40
15.	1.4.2015	67,70	636,50	640,90	5 535,00	202,10	698,20	11 190,00	126,10	1 157,00	183,00
16.	2.4.2015	67,40	639,80	648,70	5 530,00	203,00	698,50	11 198,00	128,00	1 164,00	182,90
17.	7.4.2015	68,50	632,10	655,00	5 533,00	202,70	697,00	11 197,00	134,00	1 172,00	182,90
18.	8.4.2015	68,20	632,00	653,00	5 507,00	203,90	696,20	11 188,00	136,50	1 161,00	183,50
19.	9.4.2015	68,05	641,90	665,70	5 475,00	208,40	700,00	11 182,00	139,10	1 151,00	183,10
20.	10.4.2015	67,55	642,20	655,10	5 498,00	207,00	705,00	11 199,00	139,60	1 161,00	183,00
21.	13.4.2015	68,00	651,20	663,60	5 500,00	206,50	702,00	11 200,00	139,50	1 165,00	183,00
22.	14.4.2015	70,20	653,30	656,00	5 535,00	205,00	704,70	11 170,00	140,00	1 131,00	182,00
23.	15.4.2015	69,80	655,50	668,50	5 329,00	218,00	705,00	11 220,00	140,00	1 114,00	182,10
24.	16.4.2015	70,00	658,00	664,50	5 403,00	219,90	713,90	11 255,00	138,20	1 132,00	182,00
25.	17.4.2015	70,35	650,00	658,10	5 395,00	217,20	713,70	11 270,00	139,00	1 114,00	182,00
26.	20.4.2015	69,95	650,50	662,00	5 500,00	216,80	714,00	11 250,00	141,30	1 103,00	183,40
27.	21.4.2015	69,05	657,70	673,40	5 485,00	217,50	714,00	11 287,00	144,00	1 098,00	183,00
28.	22.4.2015	68,55	655,50	674,00	5 380,00	215,50	719,50	10 475,00	150,00	1 057,00	181,00
29.	23.4.2015	69,20	654,10	674,30	5 390,00	215,30	730,00	10 480,00	150,00	1 046,00	180,00
30.	24.4.2015	69,90	657,80	692,60	5 437,00	220,00	726,00	10 480,00	147,80	1 034,00	179,00
31.	27.4.2015	68,65	650,50	704,00	5 351,00	202,40	728,50	10 460,00	145,00	1 039,00	178,50
32.	28.4.2015	68,50	641,50	700,70	5 383,00	195,30	725,00	10 420,00	150,00	1 006,00	178,30
33.	29.4.2015	68,70	637,00	695,90	5 361,00	195,00	730,00	10 425,00	150,05	993,10	176,50
34.	30.4.2015	67,50	635,50	693,20	5 451,00	200,70	727,80	10 418,00	153,70	977,50	180,50
35.	4.5.2015	66,20	635,50	699,30	5 391,00	201,60	729,00	10 400,00	149,75	999,50	179,60
36.	5.5.2015	64,30	636,50	695,50	5 380,00	205,00	729,90	10 420,00	149,40	991,00	178,05
37.	6.5.2015	61,20	638,00	689,10	5 220,00	206,10	727,30	10 415,00	154,90	985,10	178,05
38.	7.5.2015	60,90	636,00	703,20	5 261,00	213,00	740,50	10 370,00	154,90	1 005,00	179,80
39.	11.5.2015	61,65	643,80	717,90	5 316,00	215,00	756,90	10 425,00	158,00	1 019,00	178,10
40.	12.5.2015	60,35	640,00	710,90	5 253,00	208,40	769,00	10 425,00	159,00	1 018,00	178,00
41.	13.5.2015	60,80	637,60	735,40	5 348,00	188,50	770,00	10 580,00	156,90	990,00	177,30
42.	14.5.2015	59,90	631,40	736,00	5 260,00	175,00	771,70	10 500,00	162,70	988,00	177,80
43.	15.5.2015	60,60	637,00	736,50	5 223,00	180,00	776,40	10 490,00	161,00	977,50	179,00
44.	18.5.2015	61,00	635,00	719,00	5 207,00	181,05	790,50	10 450,00	161,00	993,00	180,30
45.	19.5.2015	60,60	635,20	731,50	5 204,00	185,25	785,00	10 500,00	161,00	1 006,00	180,30
46.	20.5.2015	61,30	636,00	735,50	5 243,00	179,30	790,00	10 601,00	162,90	1 004,00	179,00
47.	21.5.2015	60,45	640,50	720,30	5 180,00	171,50	790,00	10 760,00	159,50	990,10	179,40
48.	22.5.2015	60,95	644,00	737,50	5 174,00	173,20	790,00	10 750,00	164,50	993,00	179,40
49.	25.5.2015	60,85	638,90	732,90	5 172,00	175,10	789,50	10 800,00	168,50	994,20	179,80

P.č.	Dátum	CETV	ČEZ	ERSTE	KOMB	O2	PEGAS	PHILIP MORRIS	UNIPETROL	VIG	PLG
50.	26.5.2015	59,70	632,30	717,00	5 065,00	183,00	782,00	10 800,00	168,50	963,60	178,00
51.	27.5.2015	62,10	640,00	735,90	5 267,00	177,60	772,00	10 870,00	167,95	969,70	179,00
52.	28.5.2015	60,55	632,50	720,00	5 372,00	177,60	790,00	10 859,00	166,95	965,00	178,00
53.	29.5.2015	58,40	621,80	727,10	5 360,00	177,60	800,00	10 860,00	163,00	960,40	179,15
54.	1.6.2015	58,10	633,20	717,40	5 346,00	69,20	829,80	10 888,00	162,30	954,00	179,00
55.	2.6.2015	56,00	626,00	718,10	5 250,00	71,00	811,90	10 849,00	162,00	945,80	179,00
56.	3.6.2015	58,00	621,10	730,00	5 162,00	75,95	810,00	10 749,00	161,00	934,50	179,10
57.	4.6.2015	58,50	619,40	731,90	5 157,00	78,80	806,00	10 783,00	159,00	940,00	192,00
58.	5.6.2015	56,15	617,80	711,70	5 091,00	81,35	804,00	10 810,00	162,35	920,00	189,95
59.	8.6.2015	55,70	606,90	700,00	5 100,00	83,05	802,60	10 799,00	161,90	915,60	188,50
60.	9.6.2015	56,70	597,20	695,90	5 150,00	87,05	815,00	10 777,00	160,00	894,10	194,00
61.	10.6.2015	56,20	610,50	704,10	5 225,00	88,00	823,00	10 790,00	157,75	915,00	191,90
62.	11.6.2015	56,55	622,40	709,00	5 247,00	90,50	820,90	10 842,00	155,00	885,70	190,10
63.	12.6.2015	56,00	619,00	687,50	5 114,00	90,10	806,00	10 805,00	154,80	876,50	191,00
64.	15.6.2015	55,00	617,00	681,00	4 971,00	94,55	809,40	10 597,00	153,50	857,00	191,70
65.	16.6.2015	53,85	622,00	687,40	5 162,00	96,00	808,90	10 644,00	155,20	855,00	189,70
66.	17.6.2015	54,20	568,00	686,90	5 249,00	97,00	819,90	10 750,00	156,60	863,70	191,00
67.	18.6.2015	52,75	547,00	680,00	5 239,00	96,00	817,00	10 600,00	154,15	868,80	190,05
68.	19.6.2015	53,85	569,00	685,10	5 215,00	94,50	829,00	10 450,00	155,30	864,90	189,20
69.	22.6.2015	52,50	566,00	718,10	5 241,00	97,00	819,00	10 800,00	156,00	883,00	189,10
70.	23.6.2015	53,90	574,10	727,90	5 245,00	97,60	810,00	10 799,00	156,05	888,00	190,40
71.	24.6.2015	53,40	572,10	709,80	5 159,00	98,30	807,00	10 746,00	159,05	863,10	189,20
72.	25.6.2015	52,60	559,10	725,30	5 121,00	101,60	807,90	10 777,00	159,00	870,50	189,20
73.	26.6.2015	51,80	572,00	727,30	5 280,00	99,50	817,90	10 748,00	161,00	881,40	188,50
74.	29.6.2015	51,00	564,00	699,00	5 250,00	98,50	791,40	10 622,00	158,30	841,60	188,50
75.	30.6.2015	49,50	568,00	699,50	5 423,00	97,50	826,00	10 520,00	158,95	840,00	188,50
76.	1.7.2015	52,40	562,10	715,00	5 356,00	100,20	823,40	10 511,00	157,20	856,20	190,40
77.	2.7.2015	52,05	558,10	712,10	5 401,00	101,40	824,90	10 674,00	158,70	856,00	190,00
78.	3.7.2015	50,50	561,30	701,60	5 400,00	101,00	813,40	10 650,00	158,20	842,10	190,00
79.	7.7.2015	50,20	568,60	675,20	5 300,00	101,50	806,10	10 690,00	160,00	821,00	188,95
80.	8.7.2015	49,70	565,00	680,00	5 315,00	101,40	807,60	10 500,00	158,80	816,00	188,55
81.	9.7.2015	49,80	571,90	697,30	5 374,00	100,90	806,00	10 550,00	161,55	836,60	190,00
82.	10.7.2015	49,70	572,60	716,50	5 401,00	100,65	804,00	10 501,00	160,75	856,90	190,80
83.	13.7.2015	49,75	572,50	737,90	5 458,00	101,65	809,90	10 400,00	160,00	864,20	189,50
84.	14.7.2015	50,50	571,00	735,60	5 490,00	102,30	815,00	10 432,00	159,50	868,00	190,00
85.	15.7.2015	49,80	586,00	735,90	5 538,00	104,05	815,00	10 550,00	161,00	868,00	190,00
86.	16.7.2015	50,30	603,00	742,00	5 535,00	112,50	815,00	10 705,00	168,00	885,00	190,40
87.	17.7.2015	52,80	584,60	742,00	5 501,00	125,95	826,90	10 749,00	170,60	878,00	190,80
88.	20.7.2015	54,80	590,10	745,80	5 504,00	126,30	828,00	10 740,00	174,55	878,60	190,50
89.	21.7.2015	52,40	597,60	749,00	5 588,00	128,55	827,00	10 730,00	183,00	876,50	190,50
90.	22.7.2015	52,55	601,90	751,60	5 598,00	122,40	828,00	10 745,00	185,00	866,50	191,90
91.	23.7.2015	51,10	586,50	753,00	5 596,00	120,15	832,70	10 737,00	180,15	868,30	190,60
92.	24.7.2015	49,65	593,00	751,00	5 550,00	129,30	832,00	10 750,00	183,00	860,00	192,00
93.	27.7.2015	49,50	595,00	731,20	5 515,00	137,60	835,00	10 822,00	181,25	853,80	190,55
94.	28.7.2015	50,00	589,50	740,10	5 550,00	140,60	833,00	10 720,00	183,00	851,70	192,00
95.	29.7.2015	52,50	580,10	743,00	5 480,00	140,30	837,00	10 750,00	192,00	853,10	192,50
96.	30.7.2015	55,00	582,00	743,60	5 445,00	144,65	830,00	10 800,00	190,00	865,90	193,70
97.	31.7.2015	56,85	597,00	735,60	5 515,00	143,60	818,00	10 720,00	186,50	850,00	194,20
98.	3.8.2015	58,75	597,60	751,70	5 593,00	145,30	811,00	10 700,00	183,30	856,10	194,10
99.	4.8.2015	57,75	590,60	745,50	5 624,00	145,75	811,00	10 735,00	184,20	853,70	193,70
100.	5.8.2015	59,35	584,90	755,00	5 447,00	146,00	807,40	10 797,00	186,00	865,50	194,85

Príloha č. 2: 30 dňové výnosy jednotlivých akcií [Vlastné spracovanie]

Dátum	CETV	ČEZ	ERSTE	KOMB	O2	PEGAS	PHILIP MORRIS	UNIPETROL	VIG	PLG
27.4.2015	0,02463	0,05945	0,11746	-0,01437	0,02016	0,06397	-0,06940	0,09023	-0,06732	-0,03461
28.4.2015	0,01107	0,05337	0,10035	-0,03703	-0,05424	0,05455	-0,07378	0,12782	-0,10419	-0,04140
29.4.2015	0,02461	0,04255	0,07724	-0,02385	-0,03370	0,05951	-0,07292	0,14586	-0,12502	-0,03446
30.4.2015	0,00897	0,03082	0,10558	-0,02661	-0,00693	0,06093	-0,07478	0,20881	-0,12489	-0,01366
4.5.2015	-0,01634	0,01420	0,13689	-0,04228	0,02857	0,06114	-0,07143	0,19133	-0,10679	-0,01858
5.5.2015	-0,05994	0,01386	0,10660	-0,05064	0,02500	0,03753	-0,07501	0,22912	-0,12917	-0,02758
6.5.2015	-0,10132	0,01013	0,09642	-0,06786	0,00390	0,03752	-0,07422	0,25935	-0,14414	-0,02970
7.5.2015	-0,11095	-0,00157	0,11143	-0,05293	0,06023	0,05259	-0,07822	0,21252	-0,12760	-0,03281
11.5.2015	-0,10652	0,00578	0,11649	-0,04354	0,05392	0,07821	-0,07019	0,24019	-0,10927	-0,03180
12.5.2015	-0,13539	0,01106	0,11724	-0,05385	0,03682	0,09233	-0,07292	0,26794	-0,11324	-0,02626
13.5.2015	-0,09524	0,01853	0,17777	-0,02675	-0,05985	0,09687	-0,05620	0,22626	-0,12852	-0,03009
14.5.2015	-0,11391	0,01348	0,19384	-0,02593	-0,14005	0,10401	-0,06133	0,28110	-0,12100	-0,04151
15.5.2015	-0,13118	0,01904	0,17840	-0,05517	-0,10803	0,09708	-0,06172	0,27424	-0,12879	-0,03660
18.5.2015	-0,09763	0,01195	0,14399	-0,06011	-0,11726	0,12929	-0,06295	0,27474	-0,11655	-0,01151
19.5.2015	-0,10487	-0,00204	0,14136	-0,05980	-0,08337	0,12432	-0,06166	0,27676	-0,13051	-0,01475
20.5.2015	-0,09050	-0,00594	0,13381	-0,05190	-0,11675	0,13099	-0,05331	0,27266	-0,13746	-0,02132
21.5.2015	-0,11752	0,01329	0,09969	-0,06380	-0,15392	0,13343	-0,03903	0,19030	-0,15520	-0,01914
22.5.2015	-0,10630	0,01899	0,12940	-0,06047	-0,15056	0,13473	-0,03915	0,20513	-0,14470	-0,02234
25.5.2015	-0,10580	-0,00467	0,10095	-0,05534	-0,15979	0,12786	-0,03416	0,21136	-0,13623	-0,01802
26.5.2015	-0,11621	-0,01542	0,09449	-0,07876	-0,11594	0,10922	-0,03563	0,20702	-0,17003	-0,02732
27.5.2015	-0,08676	-0,01720	0,10895	-0,04236	-0,13995	0,09972	-0,02946	0,20394	-0,16764	-0,02186
28.5.2015	-0,13746	-0,03184	0,09756	-0,02945	-0,13366	0,12104	-0,02784	0,19250	-0,14677	-0,02198
29.5.2015	-0,16332	-0,05141	0,08766	0,00582	-0,18532	0,13475	-0,03209	0,16429	-0,13788	-0,01620
1.6.2015	-0,17000	-0,03769	0,07961	-0,01055	-0,68531	0,16235	-0,03261	0,17438	-0,15724	-0,01648
2.6.2015	-0,20398	-0,03692	0,09117	-0,02688	-0,67311	0,13759	-0,03736	0,16547	-0,15099	-0,01648
3.6.2015	-0,17084	-0,04520	0,10272	-0,06145	-0,64968	0,13445	-0,04453	0,13942	-0,15277	-0,02345
4.6.2015	-0,15279	-0,05823	0,08687	-0,05980	-0,63770	0,12885	-0,04465	0,10417	-0,14390	0,04918
5.6.2015	-0,18089	-0,05751	0,05593	-0,05372	-0,62251	0,11744	0,03198	0,08233	-0,12961	0,04945
8.6.2015	-0,19509	-0,07216	0,03811	-0,05380	-0,61426	0,09945	0,03044	0,07933	-0,12467	0,04722
9.6.2015	-0,18884	-0,09213	0,00476	-0,05279	-0,60432	0,12259	0,02834	0,08254	-0,13530	0,08380
10.6.2015	-0,18135	-0,06149	0,00014	-0,02355	-0,56522	0,12972	0,03155	0,08793	-0,11935	0,07507
11.6.2015	-0,17445	-0,02977	0,01185	-0,02526	-0,53661	0,13228	0,04050	0,03333	-0,11958	0,06618
12.6.2015	-0,18486	-0,02826	-0,01207	-0,04607	-0,53795	0,10411	0,03645	0,03166	-0,11741	0,08215
15.6.2015	-0,18519	-0,02911	-0,01760	-0,08806	-0,52890	0,11212	0,01718	-0,00130	-0,12327	0,06205
16.6.2015	-0,18656	-0,02124	-0,01702	-0,04248	-0,52381	0,10960	0,02346	0,03639	-0,14457	0,05624
17.6.2015	-0,15708	-0,10762	-0,01237	-0,02435	-0,52683	0,12330	0,03167	0,04819	-0,12846	0,07273
18.6.2015	-0,13807	-0,14263	-0,01321	0,00364	-0,53421	0,12333	0,01776	-0,00484	-0,11806	0,06740
19.6.2015	-0,11576	-0,10535	-0,02574	-0,00874	-0,55634	0,11951	0,00771	0,00258	-0,13940	0,05228
22.6.2015	-0,14842	-0,12084	0,00028	-0,01411	-0,54884	0,08205	0,03597	-0,01266	-0,13346	0,06176
23.6.2015	-0,10688	-0,10297	0,02391	-0,00152	-0,53167	0,05332	0,03588	-0,01855	-0,12770	0,06966
24.6.2015	-0,12171	-0,10273	-0,03481	-0,03534	-0,47851	0,04805	0,01569	0,01370	-0,12818	0,06712
25.6.2015	-0,12187	-0,11451	-0,01454	-0,02643	-0,41943	0,04691	0,02638	-0,02274	-0,11893	0,06412
26.6.2015	-0,14521	-0,10204	-0,01249	0,01091	-0,44722	0,05345	0,02459	0,00000	-0,09831	0,05307
29.6.2015	-0,16393	-0,11181	-0,02782	0,00826	-0,45595	0,00114	0,01646	-0,01677	-0,15247	0,04548
30.6.2015	-0,18317	-0,10579	-0,04375	0,04208	-0,47368	0,05223	0,00190	-0,01273	-0,16501	0,04548
1.7.2015	-0,14519	-0,11619	-0,02787	0,02155	-0,44116	0,04228	-0,00849	-0,03499	-0,14721	0,06369
2.7.2015	-0,13896	-0,12865	-0,01138	0,04266	-0,40875	0,04418	-0,00799	-0,00502	-0,13544	0,05909
3.7.2015	-0,17145	-0,12842	-0,04868	0,04368	-0,41686	0,02962	-0,00930	-0,03830	-0,15196	0,05909
7.7.2015	-0,17502	-0,11003	-0,07873	0,02475	-0,42033	0,02103	-0,01019	-0,05045	-0,17421	0,05089

Dátum	CETV	ČEZ	ERSTE	KOMB	O2	PEGAS	PHILIP MORRIS	UNIPETROL	VIG	PLG
8.7.2015	-0,16750	-0,10644	-0,05160	0,04936	-0,44590	0,03274	-0,02778	-0,05757	-0,15318	0,05927
9.7.2015	-0,19807	-0,10641	-0,05245	0,02032	-0,43187	0,04404	-0,02944	-0,03811	-0,13726	0,06145
10.7.2015	-0,17919	-0,09470	-0,00486	0,00540	-0,43328	0,01772	-0,03297	-0,03714	-0,11202	0,07191
13.7.2015	-0,14812	-0,07929	0,01485	0,01828	-0,42765	0,01238	-0,04236	-0,01840	-0,10017	0,05777
14.7.2015	-0,13081	-0,09823	0,02537	0,02694	0,47832	-0,01784	-0,04188	-0,01725	-0,09015	0,06145
15.7.2015	-0,11071	-0,06390	0,02479	0,05486	0,46549	0,00382	-0,02756	-0,00617	-0,08226	0,06145
16.7.2015	-0,13276	-0,02914	0,01644	0,07226	0,48124	0,00617	-0,00409	0,04348	-0,05297	0,06309
17.7.2015	-0,09744	-0,05618	0,01380	0,06671	0,59835	0,02593	-0,00315	0,07296	-0,06596	-0,00625
20.7.2015	-0,02404	-0,04484	0,04791	0,08112	0,55255	0,02985	-0,00648	0,07515	-0,04500	0,00290
21.7.2015	-0,05925	-0,01532	0,07000	0,09569	0,54786	0,03040	-0,00639	0,13033	-0,04270	0,01061
22.7.2015	-0,07319	0,00787	0,08004	0,08699	0,40609	0,01595	-0,00297	0,15625	-0,03087	-0,01082
23.7.2015	-0,09075	-0,03931	0,06945	0,07100	0,36534	0,01179	-0,00491	0,14200	-0,05104	-0,00677
24.7.2015	-0,12202	-0,04724	0,05924	0,05775	0,42873	0,01352	-0,00849	0,18065	-0,02902	0,00999
27.7.2015	-0,11607	-0,03877	0,06356	0,07841	0,52719	0,03598	0,00157	0,17087	-0,02590	-0,00236
28.7.2015	-0,09091	-0,04457	0,08678	0,11648	0,48704	0,02916	0,01161	0,19218	-0,00618	0,00156
29.7.2015	-0,02507	-0,06736	0,08088	0,06160	0,46146	0,03474	0,00996	0,23711	-0,00222	0,01476
30.7.2015	0,01476	0,02465	0,08254	0,03734	0,49124	0,01232	0,00465	0,21328	0,00255	0,01414
31.7.2015	0,07773	0,09141	0,08176	0,05268	0,49583	0,00122	0,01132	0,20986	-0,02164	0,02184
3.8.2015	0,09099	0,05026	0,09721	0,07248	0,53757	-0,02171	0,02392	0,18030	-0,01017	0,02590
4.8.2015	0,10000	0,04346	0,03816	0,07308	0,50258	-0,00977	-0,00602	0,18077	-0,03318	0,02433
5.8.2015	0,10111	0,01881	0,03723	0,03851	0,49590	-0,00321	-0,00019	0,19193	-0,02534	0,02337
Priemery	-0,10738	-0,03797	0,05360	-0,00339	-0,12551	0,06825	-0,01786	0,11456	-0,10893	0,01876
Rozptyly	0,00553	0,00307	0,00400	0,00257	0,16510	0,00239	0,00128	0,01087	0,00216	0,00160