



Študentská vedecká aktivita

Tretí pilier dôchodkového sporenia v podmienkach Slovenskej republiky

Monika Valkovičová

4. sekcia – kvantitatívne metódy a informatika

Konzultant: RNDr. Jana Špírková, PhD.

Banská Bystrica
2013

ABSTRAKT

VALKOVIČOVÁ, Monika: Tretí pilier dôchodkového sporenia v podmienkach Slovenskej republiky. [Študentská vedecká aktivita] / Monika Valkovičová. - Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici. Ekonomická fakulta; Katedra verejnej ekonomiky a regionálneho rozvoja; 3. ročník – Verejná ekonomika a služby. - Vedúci: RNDr. Jana Špírková, PhD. – Banská Bystrica : EF UMB, 2013.

Vo svojej práci sa venujem téme, o ktorej sa v médiách i širokej verejnosti často diskutuje. Všetci stále hovoria o prvom či druhom pilieri dôchodkového zabezpečenia. Zrejme každý z nás má záujem o čo najvyšší dôchodok. Pre jeho dosiahnutie je však potrebné aj niečo urobiť. Jednou z možností je pracovať čo najdlhšie. Pre všetky piliere totiž platí, že čím dlhšie pracujete a sporíte, tým vyšší dôchodok budete dostávať. Hoci účasť v druhom dôchodkovom pilieri je povinná, mňa zaujímalo, ako ešte si môžem zabezpečiť svoj príjem v starobe. Zvýšiť svoju budúcu penziu si môžeme aj vstupom do tretieho piliera dôchodkového zabezpečenia. Všetci dobre vieme, že hlavným princípom je zhromažďovanie príspevkov účastníka a jeho zamestnávateľa a hospodárenie s týmito príspevkami. Po splnení určitých podmienok, sa vypláca niektorá z dávok doplnkového dôchodkového sporenia.

Cieľom práce je analyzovať a porovnať budúce výšky dôchodkov plynúce z tretieho piliera doplnkového dôchodkového sporenia, založené na základných matematicko-štatistických metódach a legislatívnom rámci tretieho piliera dôchodkového sporenia. Predmetom výskumu sú jednotlivé produkty tretieho piliera dôchodkového systému, teda doplnkové dôchodkové sporenie v podmienkach Slovenskej republiky. Ako mladého človeka ma zaujíma, aký dôchodok budem v budúcnosti dostávať. Tento dôvod ma viedol k tomu, že som sa rozhodla v práci modelovať situácie, ktoré môžu nastať, keď sa rozhodnem sporiť v treťom pilieri.

Kľúčové slová: dôchodkový systém, doplnková dôchodková spoločnosť, doživotný dôchodok, dočasný dôchodok, jednorazové netto poistné

1. DOPLNKOVÉ DÔCHODKOVÉ SPORENIE NA SLOVENSKU

Doplnkové dôchodkové sporenie predstavuje tretí pilier sociálneho zabezpečenia na Slovensku, ktorý je založený na báze dobrovoľnosti. Jeho hlavným cieľom je umožniť príjem zvýšeného dôchodku pre ľudí, ktorí sa ho zúčastňujú, a to najmä prostredníctvom príspevku zamestnávateľa.

Princípom doplnkového dôchodkového poistenia je zhromažďovanie finančných prostriedkov formou príspevkov účastníka a zamestnávateľa a hospodárenie s týmito príspevkami. Po splnení stanovených podmienok sa na základe žiadosti účastníka vypláca niektorá z dávok doplnkového dôchodkového sporenia.

1.1. Dôchodkový systém v Slovenskej republike

Trojpilierový dôchodkový systém je na Slovensku zavedený od januára roku 2005. Je výsledkom rozsiahlej reformy dôchodkového systému, ktorá začala v roku 2003. Od roku 1996 fungoval dôchodkový systém, založený na dvoch pilieroch - prvý a tretí pilier, ktorý bol označený ako doplnkové dôchodkové poistenie. Spomínanou reformou platnou od roku 2005 sa zmenil dovtedy platný jednopilierový systém so stálymi príspevkami tzv. PAYGO - "pay as you go" - systém priebežného financovania s medzigeneračným prerozdelením na viacpilierový systém. "Pay as you go" sú poistné systémy, v ktorých sú priznané nároky poistencov vykrývané vybraným poistným. Pri vybilancovanom "Pay as you go" systéme je miera výnosovosti daná pomerom :

$$\frac{\text{úhm platieb poistenca v produktívnom veku}}{\text{úhm dávok v produktívnom veku}}$$

Táto miera závisí od objemu vybraného poistného, ktoré je závislé od rastu miezd a počtu platcov. Prvý pilier, nazývaný tiež priebežný, je povinný pre každého ekonomicky aktívneho jednotlivca. Tento pilier je financovaný odvodmi ekonomicky aktívnych jednotlivcov vo výške 18%. Ak sporiteľ je aj v druhom pilieri, tak je to v súčasnosti 14 % z vymeriavacieho základu. Tieto odvody smerujú do Sociálnej poisťovne, ktorá ich prerozdeľuje poberateľom dávok, teda súčasným dôchodcom. Prvý pilier je právne vymedzený zákonom č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov. Ide o povinné poistenie dávkovo definované, financované priebežne, vykonávané Sociálnou poisťovňou.

Druhý pilier predstavuje starobné dôchodkové sporenie. I keď vstup do piliera je na uvážení každého potenciálneho sporiteľa, po vstupe do tohto piliera sa stáva povinným. Od 1. 4. 2012 tam boli sporitelia zaradení automaticky, ale od 1. 9. 2012 sa opäť rozhodujú sami na základe novely zákona č.461/2003 o sociálnom poistení. Druhý pilier predstavuje kapitalizačný (sporivý) systém, pričom každý sporiteľ mesačne prispieva na svoj osobný dôchodkový účet spravovaný vybranou dôchodkovou správcovskou spoločnosťou 4% z vymeriavacieho základu (hrubej mzdy). Od 1. 9. 2012 si sporitelia môžu dobrovoľne prispievať aj vyššiu sumu, avšak len 2% zo základu dane budú mať možnosť si uplatniť ako odpočítateľnú položku. Tento pilier je príspevkovo definovaný a dávky sú financované individuálne prostredníctvom akumulácie úspor a ich zhodnocovania na osobných dôchodkových účtoch. Správcami piliera sú dôchodkové správcovské spoločnosti, ktoré vykonávajú svoju činnosť na základe zákona č. 43/2004 Z. z. o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov s účinnosťou od 1. 1. 2005 a jeho novelizácií.

Tretí pilier je dobrovoľné doplnkové dôchodkové sporenie a príspevky obyvateľov sú zasielané doplnkovým dôchodkovým spoločnostiam. Dobrovoľné doplnkové sporenie je financované prostredníctvom kapitalizácie, vykonávané doplnkovými dôchodkovými spoločnosťami na základe zákona č. 650/2004 Z. z. o doplnkovom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov s účinnosťou od 1. januára 2005. (www.virtualnadss.umb.sk) Viac sa tomuto pilieru venujem v nasledujúcej podkapitole, kde si stručne priblížime jeho legislatívnu úpravu. Druhá kapitola je zameraná na poistno-matematické výpočty pre produkty plynúce z tretieho piliera.

1.2. Tretí pilier doplnkového dôchodkového sporenia

Doplnkové dôchodkové sporenie (DDS) je dobrovoľná forma dlhodobého sporenia s možnosťou prispievania zamestnávateľa, kde klient uzatvára zmluvu s Doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou a zaväzuje sa pravidelne prispievať na svoj individuálny účet v Doplnkovej dôchodkovej spoločnosti. Doplnková dôchodková spoločnosť zhodnocuje vklady svojich klientov a zaväzuje sa vyplácať účastníkovi doplnkový dôchodok po splnení podmienok určených v zmluve a v dávkovom pláne.

Doplňkové dôchodkové sporenie nekryje žiadne riziká, ide len o sporenie. (<http://www.poistenie.sk>) Základy tretieho piliera dnešného dôchodkového systému boli položené ešte v roku 1996. Doplňkové dôchodkové sporenie teda fungovalo už pred reformou dôchodkového systému v roku 2004 a spočívalo v dobrovoľnom prispievaní zamestnancov a ich zamestnávateľov do doplnkovej dôchodkovej poisťovne. Poisťovňa následne z takto vytvoreného fondu vyplácala poistencom doplnkové dôchodky. (<http://maag.euba.sk>)

Tretí pilier je právne upravený zákonom č. 650/2004 Z.z. o doplnkovom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov (ďalej len „zákon o DDS“) s účinnosťou od 1. 1. 2005. Podľa § 1 tohto zákona je predmetom zákona doplnkové dôchodkové sporenie, organizácia, financovanie a vykonávanie doplnkového dôchodkového sporenia, dohľad nad vykonávaním doplnkového dôchodkového sporenia a transformácia doplnkovej dôchodkovej poisťovne na doplnkovú dôchodkovú spoločnosť.

§ 2 odsek 1 tohto zákona charakterizuje doplnkové dôchodkové sporenie ako zhromažďovanie príspevkov na doplnkové dôchodkové sporenie od účastníkov doplnkového dôchodkového sporenia a zamestnávateľov na účel uvedený v odseku 2 zákona o DDS; nakladanie s majetkom v doplnkovom dôchodkovom fonde podľa toho zákona; vyplácanie dávok doplnkového dôchodkového sporenia. Tento zákon umožňuje účastníkovi získať doplnkový dôchodkový príjem v starobe a doplnkový dôchodkový príjem v prípade skončenia výkonu prác, ktoré sú zaradené na základe rozhodnutia orgánu na ochranu zdravia do kategórie 3 alebo 4, alebo skončenia výkonu prác zamestnanca, ktorý je tanečný umelec alebo hudobný umelec.

Účastníkom môže byť podľa § 5 odsek 1 zákona o doplnkovom dôchodkovom sporení zamestnanec, ktorý uzatvoril zmluvu o doplnkovom dôchodkovom sporení s doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou (ďalej len „účastnícka zmluva“); iná fyzická osoba, ktorá ku dňu uzatvorenia účastníckej zmluvy dovŕšila najmenej 18 rokov veku. Prostredníctvom doplnkového dôchodkového sporenia si účastník sporí finančné prostriedky v DDS, ktorá tieto prostriedky investuje za účelom ich zhodnotenia. Výsledná suma závisí od výšky finančných prostriedkov, ktoré účastník, resp. jeho zamestnávateľ počas celého obdobia sporenia do DDS odvedli a od miery ich zhodnotenia. Výška

mesačných príspevkov účastníka na doplnkové dôchodkové sporenie je dohodnutá v účastníckej zmluve. Platenie príspevkov zamestnávateľa a ich výšku možno dohodnúť v kolektívnej zmluve. Výška príspevkov zamestnávateľa, ktorý platí príspevky za svojich zamestnancov - účastníkov - je súčasťou zamestnávateľskej zmluvy uzatvorenej medzi zamestnávateľom a DDS. Zamestnávateľ však nie je vo všeobecnosti povinný zamestnávateľskú zmluvu uzatvoriť s výnimkou účastníkov zamestnávateľa vykonávajúcich uvedené rizikové práce, za ktorých uhrádza príspevky na doplnkové dôchodkové sporenie povinne.

Zamestnanca definuje § 5 odsek 2 tohto zákona ako zamestnanca, ktorý vykonáva práce zaradené na základe rozhodnutia orgánu na ochranu zdravia do kategórie 3 alebo 4 a je povinný uzatvoriť účastnícku zmluvu a ich zamestnávateľia sú povinný uzatvoriť zamestnávateľskú zmluvu, a to do ôsmich dní od začatia výkonu týchto prác.

§ 6 zákona o doplnkovom dôchodkovom sporení charakterizuje poberateľa dávky ako fyzickú osobu, ktorej doplnková dôchodková spoločnosť vypláca dávku podľa tohto zákona. Fyzická osoba, ktorá dosiahne dôchodkový vek, môže poberať dôchodkový príjem až z troch zdrojov: Prvým je, že Sociálna poisťovňa jej bude vyplácať dôchodok z priebežného systému (prvý pilier). V druhom prípade, ak vstúpila do systému starobného dôchodkového sporenia (druhý pilier), dôchodok jej bude vyplácaný aj z prostriedkov, ktoré si ako sporiteľ nasporil na osobnom dôchodkovom účte, a to v závislosti od toho, ako tieto prostriedky dôchodková správcovská spoločnosť (DSS) zhodnotila investovaním. Z prvého piliera sa však jej dôchodok primerane zníži. A tretím je, že doplnkový dôchodkový príjem bude doplnková dôchodková spoločnosť (DDS) vyplácať účastníkovi, ktorý sporil na osobnom účte finančné prostriedky v systéme doplnkového dôchodkového sporenia (tretí pilier), ktoré DDS investovala za účelom zhodnotenia.

Ďalším dôležitým pojmom je dôchodkový plán, ktorý upravuje § 6b ako zmluvu alebo dokument, ktoré sú záväzné pre doplnkovú dôchodkovú spoločnosť a upravujú najmä druhy dôchodkových dávok a podmienky ich poskytovania doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou na území hostiteľského štátu. § 6h tohto zákona upravuje dôchodkové dávky ako dávky, ktoré sú vyplácané alebo poskytované doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou, ktorá vykonáva činnosť na území hostiteľského členského štátu, na základe splnenia podmienok na ich vyplácanie alebo poskytovanie vo forme

platieb v prípade smrti, zdravotného postihnutia alebo skončenia zamestnania alebo vo forme podporných platieb alebo služieb v prípade choroby, chudoby a smrti; dôchodkové dávky sa vyplácajú alebo poskytujú jednorazovo, dočasne alebo doživotne. Po ukončení obdobia sporenia (investovania) vypláca doplnková dôchodková spoločnosť za zákonom ustanovených podmienok tieto dávky

- doplnkový starobný dôchodok vo forme
 - doživotného doplnkového starobného dôchodku,
 - dočasného doplnkového starobného dôchodku,
- doplnkový výsluhový dôchodok vo forme
 - doživotného doplnkového výsluhového dôchodku,
 - dočasného doplnkového výsluhového dôchodku,
- jednorazové vyrovnanie,
- odstupné.

Obdobie doplnkového dôchodkového sporenia je na základe § 8 zákona o doplnkovom dôchodkovom sporení obdobie, za ktoré boli zaplatené príspevky. Toto obdobie je aj obdobie prerušenia doplnkového dôchodkového sporenia, ak sa za toto obdobie dodatočne zaplatia príspevky. Ak v tom istom období platí príspevky účastník a súčasne aj jeho zamestnávateľ, toto obdobie platenia príspevkov sa hodnotí ako obdobie doplnkového dôchodkového sporenia len raz.

§ 9 definuje vznik doplnkového dôchodkového sporenia dňom dohodnutým v účastníckej zmluve, najskôr odo dňa uzatvorenia účastníckej zmluvy a zánik definuje § 11 takto : „Účastníkovi zaniká doplnkové dôchodkové sporenie zánikom účastníckej zmluvy podľa § 57 odsek 5 písmeno a) až e), smrťou účastníka alebo vyhlásením účastníka za mŕtveho.“ § 12 odsek 1 ustanovuje, kto je platiteľom príspevkov. Podľa neho teda príspevky platí účastník, ak tento zákon neustanovuje inak; zamestnávateľ za zamestnanca, ktorý je účastníkom podľa § 5 odsek 1 písmeno a), ak zamestnávateľ uzatvoril zamestnávateľskú zmluvu podľa § 58. Platenie príspevkov zamestnávateľa a ich výšku možno dohodnúť v kolektívnej zmluve v rozsahu ustanovenom zákonom o doplnkovom dôchodkovom sporení. Ak u zamestnávateľa nepôsobí odborová organizácia, platenie príspevkov zamestnávateľa a ich výšku môže dohodnúť

zamestnávateľ so splnomocnenými zástupcami zamestnancov. Vychádzajúc z kolektívnej zmluvy sa výška príspevkov zamestnávateľa, ktorý platí príspevky za zamestnanca, ktorý je účastníkom, dohodne v zamestnávateľskej zmluve spolu s lehotou splatnosti príspevkov a spôsobom ich platenia. Výška príspevku zamestnávateľa môže byť vyjadrená pevnou sumou, percentuálnym podielom zo mzdy účastníka alebo kombináciou pevnej sumy a percentuálneho podielu. (Ruppová, 2009, str.101)

Na Univerzite Mateja Bela je podľa Kolektívnej zmluvy na rok 2013, v článku 14 – Starostlivosť o zamestnancov, v bode 5 uvedené: „Výška príspevku zamestnávateľa na doplnkové dôchodkové sporenie alebo doplnkové dôchodkové poistenie je vo výške 12,- € mesačne. Ak príspevok zamestnanca je menej ako 12,- € mesačne, zamestnávateľ poskytne príspevok na doplnkové dôchodkové sporenie alebo doplnkové dôchodkové poistenie vo výške príspevku zamestnanca.“

Medzi pojmy, ktoré je dobré poznať a ovládať, patrí aj charakteristika doplnkovej dôchodkovej spoločnosti. Zákon ju podľa § 22 odsek 1 definuje nasledovne: „Doplnková dôchodková spoločnosť je akciová spoločnosť so sídlom na území Slovenskej republiky, ktorej predmetom činnosti je vytváranie a správa doplnkových dôchodkových fondov na účel vykonávania doplnkového dôchodkového sporenia, a to na základe povolenia na vznik a činnosť doplnkovej dôchodkovej spoločnosti udeleného Národnou bankou Slovenska. Na Slovensku v súčasnosti ponúka svoje služby týchto päť doplnkových dôchodkových spoločností

- AEGON, d.d.s., a.s.;
- AXA d.d.s., a.s.;
- Doplnková dôchodková spoločnosť Tatra banky, a.s.;
- ING Tatry - Sympatia, d.d.s., a.s.;
- Stabilita, d.d.s., a.s.

Doplňková dôchodková spoločnosť vytvára a spravuje dva druhy fondov:

- príspevkový doplnkový dôchodkový fond, ktorého majetok môžu tvoriť akciové, dlhopisové, peňažné a iné investície,
- výplatný doplnkový dôchodkový fond, ktorého majetok môžu tvoriť len dlhopisové a peňažné investície a obchody určené na obmedzenie devízového rizika.

2. POISTNO-MATEMATICKÉ PREDPOKLADY DÔCHODKOVÉHO SPORENIA

Poistno-matematické výpočty v penzijnom (dôchodkovom) poistení sa rovnako ako v klasickom životnom poistení uskutočňujú na základe poistno-matematických modelov, ktoré v podstate nie sú ničím iným, než ľahko pochopiteľnou formuláciou určitých predpokladov. Tieto tzv. poistno-matematické predpoklady penzijného poistenia sa týkajú predovšetkým správania sa účastníkov penzijného (dôchodkového) plánu z hľadiska nárokov na dávky, napr. úmrtnosť, odstúpenie z poistenia, invalidita a pod. a finančné záležitosti ako napr. úrokových mier, inflácie, investičných možností na kapitálovom trhu, vývoj platov a pod. (Cipra, 1996, str. 26)

2.1. Základné princípy poistnej matematiky

Aby sme lepšie pochopili súvislosti v dôchodkovom poistení, je dôležité, aby sme poznali dôležité pojmy a vzťahy podľa ktorých sú nám občanom vyplácané dôchodky bez ohľadu nato, aká je aktuálna politická situácia. Základný princíp poistenia tvorí aktuárska báza. Zahŕňa výpočtové predpoklady, ktorých hodnoty ovplyvnia výsledky všetkých výpočtov v poistnej matematike. Túto bázu tvorí technická úroková miera, úmrtnostné tabuľky a náklady poisťovne.

Vyhláška Národnej banky Slovenska z 27. 3. 2006 ustanovuje maximálnu výšku technickej úrokovej miery. Národná banka Slovenska podľa § 27 odsek 5 zákona č. 95/2002 Z. z. o poisťovníctve a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov ustanovuje: „Maximálna výška technickej úrokovej miery

v životnom poistení je 2,5 %.“ Veľkosť tejto úrokovej miery podstatne ovplyvňuje výsledky všetkých poistno-matematických výpočtov. Pre malé hodnoty úrokovej miery vychádzajú relatívne veľké počiatočné hodnoty poistenia, takže produkty danej poisťovne môžu byť v porovnaní s konkurenciou drahé. V opačnom prípade, keď úroková miera dosahuje veľké hodnoty, môže byť naopak objem skutočného inkasovaného poistného taký malý, že poisťovňa môže mať problémy so solventnosťou vzhľadom na nedostatočný objem vytváraných rezerv poistného.

Jedným z ďalších princípov poistnej matematiky je princíp fiktívneho súboru, ktorý spočíva v predpoklade, že počet osôb uzatvárajúcich vo veku x ten istý typ poistnej zmluvy sa rovná l_x z používanej úmrtnostnej tabuľky a ďalej predpokladáme, že všetci sa narodili 1. 1. a zomreli 31. 12. V životnom poistení sa prevažne počítajú počiatočné hodnoty vždy k okamihu uzavretia príslušného poistenia, pričom sa diskontuje s použitím odúčítateľa k dátumu narodenia

$$v = \frac{1}{1+i} \quad (1)$$

pre zvolenú technickú úrokovú mieru i . Úmrtnostné tabuľky patria k základným nástrojom používaným v životnom poistení. Potrebné hodnoty týkajúce sa pravdepodobností úmrtia a dožitia pri výpočte poistného sa dajú okamžite určiť podľa jednotlivých vekových kategórií z tabuliek. Ešte pred pár rokmi sa používali úmrtnostné tabuľky zvlášť pre ženy a mužov. Pretože úmrtnosť mužov a žien sa líšila. Tieto tabuľky jednoznačne potvrdzujú, že ženy sa dožívajú vyššieho veku ako muži. Poistno-technický prístup k tarifovaniu podľa pohlavia sa však poisťovníctvo dostáva do rozporu s legislatívou EÚ. Smernica EÚ zakazuje diskrimináciu na základe pohlavia pri prístupe k tovarom a službám. Európsky súdny dvor vydal rozsudok, že od 21. 12. 2012 je znemožnené využívanie v risk manažmente pri určovaní výšky poistného aktuárske a štatistické údaje založené na pohlaví. Preto vo všetkých výpočtoch v analytickej časti budeme používať univerzálne úmrtnostné tabuľky, ktoré sú uvedené v prílohe.

V časti 2.2. sa konkrétne venujeme tvorbe produktov doplnkového dôchodkového sporenia. Jedným z nich je doživotný dôchodok. V rámci doživotného dôchodkového poistenia vypláca poisťovňa dôchodok v dohodnutej výške vždy na začiatku poistného

roka, pokiaľ poistený vo veku x žije. Prítomnú hodnotu doživotného dôchodku $\ddot{a}_x$ vo výške 1 p. j. ročného dôchodku odvodzujeme na základe nasledujúcej rovnice ekvivalencie

$$l_x \cdot \ddot{a}_x = l_x + l_{x+1} \cdot v + \dots + l_{\omega} \cdot v^{\omega-x} \quad (2)$$

Keď rovnicu (2) vynásobíme odúčiteľom v^x podľa vzťahu (1), potom dostaneme

$$D_x \cdot \ddot{a}_x = D_x + D_{x+1} + \dots + D_{\omega} \quad (3)$$

Zo vzťahu (3) dostávame vzorec pre výpočet prítomnej hodnoty doživotného dôchodku vo forme

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} \quad (4)$$

Podľa Špirkovej a Urbaníkovej (2012, s. 84) v tomto prípade klient vlastne kupuje okamžite splatnú doživotnú rentu, tzv. predlehotný doživotný dôchodok. Jednorazové netto poistné $\ddot{a}_x$ pre doživotný predlehotný dôchodok vo výške 1 p. j. vyplatený vždy na začiatku roka je odvodené na základe rovnice ekvivalencie. Na ľavej strane rovnice sú príjmy poisťovne v čase uzavretia poisťky a na pravej strane sú nároky poisteného odúročené k času uzavretia poisťky.

Druhým z možných dôchodkov je tzv. dočasný dôchodok. Predpokladá sa, že poistený so vstupným vekom x má záujem uzatvoriť poisťku na dočasné obdobie n rokov a má záujem poberať ročný dôchodok vo výške 1 p. j. vždy na začiatku roka, pokiaľ bude nažive, najdlhšie počas n rokov. Jednorazové netto poistné pre tento typ poistenia sa opäť odvodí od rovnice ekvivalencie

$$l_x \cdot \ddot{a}_{x:n} = l_x + l_{x+1} \cdot v + \dots + l_{x+n-1} \cdot v^{n-1} \quad (5)$$

Pomocou komutačných čísel môžeme rovnicu (5) prepísať aj v tvare

$$D_x \cdot \ddot{a}_{x:n} = D_x + D_{x+1} + \dots + D_{x+n-1} \quad (6)$$

Úpravou predchádzajúcej rovnice dostávame vzťah pre výpočet jednorazového netto poistného pre dočasný predlehotný dôchodok vo výške 1 p. j. v tvare

$$\mathcal{G}_{x,n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \quad (7)$$

Oveľa častejšie ako ročné dôchodky sa v praxi vyplácajú področné dôchodky, kedy je dôchodok vyplácaný m -krát ročne, napr. mesačne $m=12$ a uplatňuje sa področné úrokovanie. Pritom sa takisto pracuje s jednotlivými počiatočnými hodnotami področných dôchodkov, kedy sa m -krát ročne vypláca suma $1/m$, to znamená ročne sa skutočne vyplátí jednotková hodnota. Na rozdiel od ročných výplat dôchodku vždy na začiatku poistného roku leží pri mesačných výplatách časť peňazí v poisťovni dlhšie a vďaka področnému úročeniu je produkt pre klienta lacnejší. A preto jednorazové netto poistné pre dočasný predlehotný dôchodok vyplácaný m -krát ročne počas n rokov vo výške $1/m$ ročného dôchodku vo výške 1 p. j. je daný aproximáciou (Špirková, Urbaníková, 2012, str. 100)

$$\mathcal{G}_{x,n}^{(m)} \approx \mathcal{G}_{x,n} - \frac{m-1}{2m} (1 - {}_nE_x) \quad (8)$$

2.2. Modelové situácie výpočtu dôchodkov plynúcich z 3. piliera

Vo všeobecnosti môžu nastať tri možnosti výpočtu dôchodku v doplnkových dôchodkových spoločnostiach.

Prvou možnosťou je výpočet výšky mesačného dôchodku, ktorý bude poberať doživotne, pričom celá suma nasporených finančných prostriedkov bude rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky.

Príklad č. 1 :

Soňa uzavrela zmluvu s doplnkovou dôchodkovou sporiteľňou. Má 22 rokov a mesačne si posieľa na svoj účet 50 €. Predpokladá, že do dôchodku by mohla ísť od svojho 55 do vo svojom 75. roku.

a) Vypočítajte, akú sumu finančných prostriedkov bude mať nasporenú v čase odchodu do dôchodku.

b) Vypočítajte výšku mesačného dôchodku, ktorý bude poberať doživotne, pričom celá suma nasporených finančných prostriedkov bude rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky.

Riešenie :

$$\text{mesačný príspevok : } \frac{A}{m} = \frac{A}{12} = 50$$

$$\text{technická úroková miera : } i = 0,025$$

$$\text{úročiteľ : } q = 1 + i = 1,025$$

$$\text{vek začatia sporenia : } x^* = 22$$

a) Nasporenú sumu sa môžeme vyjadriť podľa nasledujúceho vzorca, ktorý vyjadruje budúcu hodnotu mesačného príspevku

$$S = \frac{A}{m} \cdot \left(q^{\frac{1}{m}} \cdot \frac{q^n - 1}{q^{\frac{1}{m}} - 1} \right) \quad (9)$$

Po dosadení čísel do vzorca (9) dostávame výsledok, ktorý interpretujeme ako nasporenú finančnú sumu, ktorú bude mať Soňa v čase odchodu do dôchodku.

b) Výšku dôchodku vypočítame všeobecne podľa vzťahu

$${}_m D = \frac{S \cdot (1 - p)}{m \cdot \ddot{a}_x^{(m)}} \quad (10)$$

Do vzorca (10) ešte vypočítame jednorazové netto poistné $\ddot{a}_x^{(m)}$ pre doživotný

predlehotný dôchodok vyplácaný m -krát ročne vo výške $\frac{1}{m}$ ročného dôchodku vo výške

1 p. j., ktorý je daný aproximáciou

$$\ddot{a}_x^{(m)} \approx \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m} \quad (11)$$

Navyše vypočítame jednorazové netto poistné $\ddot{a}_x$ pre doživotný predlehotný dôchodok vo výške 1 p. j. ročného dôchodku podľa vzťahu

$$a_x = \frac{N_x}{D_x} \quad (12)$$

kde N_x a D_x nájdeme v spoločných úmrtnostných tabuľkách (viď príloha) a za x dosadíme vek nástupu do dôchodku. Po dosadení čísel do vzorca (10) dostávame výsledok, ktorý interpretujeme ako výšku mesačného dôchodku, ktorý bude Soňa poberať doživotne, pričom celá suma nasporených finančných prostriedkov bude rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky. Uvedené výsledky sú v Tabuľke č. 1., v stĺpci Dôchodok (10).

Druhou možnosťou je výpočet výšky dôchodku, ktorý bude poberať z DDS počas najbližších n rokov, pričom celá nasporená suma finančných prostriedkov bude rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky.

Príklad č. 2:

Soňa uzavrela zmluvu s doplnkovou dôchodkovou sporiteľňou. Má 22 rokov a mesačne si posielala na svoj účet 50 €. Predpokladá, že do dôchodku by mohla ísť od svojho 55 do vo svojom 75. roku.

- Vypočítajte, akú sumu finančných prostriedkov bude mať nasporenú v čase odchodu do dôchodku.
- Vypočítajte výšku mesačného dôchodku, ktorý má záujem poberať z DDS počas najbližších 20 rokov, pričom celá suma nasporených finančných prostriedkov bude rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky.

Riešenie :

$$\text{mesačný príspevok : } \frac{A}{m} = \frac{A}{12} = 50$$

$$\text{technická úroková miera : } i = 0,025$$

$$\text{úročiteľ : } q = 1 + i = 1,025$$

$$\text{vek začatia sporenia : } x^* = 22$$

- Nasporená suma sa vypočíta podľa známeho vzorca (9)

Po dosadení čísel do vzorca (9) dostávame výsledok, ktorý interpretujeme ako nasporenú finančnú sumu, ktorú bude mať Soňa v čase odchodu do dôchodku.

b) Výšku budúcich mesačných dôchodkov vypočítame podľa nasledujúceho vzorca

$${}_m D_{x,n} = \frac{S \cdot (1-p)}{m \cdot \ddot{a}_{x,n}^{(m)}} \quad (13)$$

Do vzorca (13) potrebujeme vyčísliť jednorazové netto poistné $\ddot{a}_{x,n}^{(m)}$ pre dočasný predlehotný dôchodok vyplácaný m -krát ročne počas n rokov vo výške $\frac{1}{m}$ ročného dôchodku vo výške 1 p.j. , ktorý je daný aproximáciou

$$\ddot{a}_{x,n}^{(m)} \approx \ddot{a}_{x,n} - \frac{m-1}{2m} \cdot (1 - {}_n E_x) \quad (14)$$

Vo vzťahu (14) nám však chýba výpočet pre jednorazové netto poistné $\ddot{a}_{x,n}$ pre dočasný predlehotný dôchodok vo výške 1 p.j. ročného dôchodku

$$\ddot{a}_{x,n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \quad (15)$$

a ešte jednorazové netto poistné ${}_n E_x$ pre prípad dožitia sa veku $x+n$ rokov na 1 p.j. poistnej sumy, ktoré môžeme vyjadriť pomocou vzorca

$${}_n E_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \quad (16)$$

kde N_x a D_x nájdeme v spoločných úmrtnostných tabuľkách (viď príloha). Keď dosadíme čísla do vzťahu (13) dostaneme výšku mesačného dôchodku, ktorý má Soňa záujem poberať z DDS počas najbližších 20 rokov, pričom celá suma nasparených finančných prostriedkov bude rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky. Uvedené výsledky sú v Tabuľke č. 1., v stĺpci Dôchodok (13).

Tretou možnosťou je výška doživotného mesačného dôchodku, ak z celej nasporenej sumy si chce vybrať p percent na osobné účely. Navyše poberateľ dôchodku má záujem, aby po jeho prípadnom úmrtí pozostalí dostávali z - násobok pôvodného mesačného dôchodku počas najbližších n rokov.

Príklad č. 3:

Soňa uzavrela zmluvu s doplnkovou dôchodkovou sporiteľňou. Má 22 rokov a mesačne si posielala na svoj účet 50 €. Predpokladá, že do dôchodku by mohla ísť od svojho 55 do vo svojom 75. roku.

- Vypočítajte, akú sumu finančných prostriedkov bude mať nasporenú v čase odchodu do dôchodku.
- Vypočítajte výšku doživotného mesačného dôchodku, ak z celej nasporenej sumy si chce vybrať 10% na začiatku poberania dôchodku, ako prostriedky na dovolenku. Navyše má záujem, aby po jej prípadnom úmrtí pozostalí dostávali 0,4 násobok pôvodného mesačného dôchodku počas najbližších 5 rokov.

Riešenie:

$$\text{mesačný príspevok : } \frac{A}{m} = \frac{A}{12} = 50$$

$$\text{technická úroková miera : } i = 0,025$$

$$\text{úročiteľ : } q = 1 + i = 1,025$$

$$\text{vek začatia sporenia : } x^* = 22$$

- Nasporená suma sa vypočíta podľa známeho vzorca (9)

Po dosadení čísel do vzorca (9) dostávame výsledok, ktorý interpretujeme ako nasporenú finančnú sumu, ktorú bude mať Soňa v čase odchodu do dôchodku.

- Výška mesačných budúcich dôchodkov sa vo všeobecnosti vypočíta podľa nasledujúceho vzorca

$${}_m D_x^c = \frac{S \cdot (1 - p)}{m \cdot \left(\alpha_x^{(m)} + z \cdot \alpha_n^{(m)} \cdot A_x \right)} \quad (17)$$

Do vzťahu (17) potrebujeme vyčíslieť jednorazové netto poistné $\alpha_x^{(m)}$ pre doživotný predlehotný dôchodok vyplácaný m -krát ročne vo výške $\frac{1}{m}$ ročného dôchodku vo výške 1 p.j., ktorý je uvedený vo vzťahu (11).

Ďalej do vzorca (17) budeme musieť ešte vypočítať prítomnú hodnotu $a_n^{(m)}$ istého predlehotného dôchodku vo výške $\frac{1}{m}$ p. j. ročného dôchodku m -krát ročne podľa vzťahu

$$a_n^{(m)} = \frac{1}{m} \cdot q^{\frac{1}{m}} \cdot \frac{1 - q^{-n}}{q^{\frac{1}{m}} - 1} \quad (18)$$

a ešte jednorazové netto poistné A_x pre doživotné poistenie pre prípad úmrtia x -ročného klienta na poistnú sumu vo výške 1 p. j. dané vzťahom

$$A_x = \frac{M_x}{D_x} \quad (19)$$

kde M_x a D_x nájdeme v spoločných úmrtnostných tabuľkách (viď príloha).

Uvedené výsledky sú v Tabuľke č. 1., v stĺpci Dôchodok (17).

V Tabuľke č. 1 sú uvedené výšky jednotlivých typov dôchodkov kalkulované s úrokovou mierou 2,5 % p. a. v nasledovnom poradí:

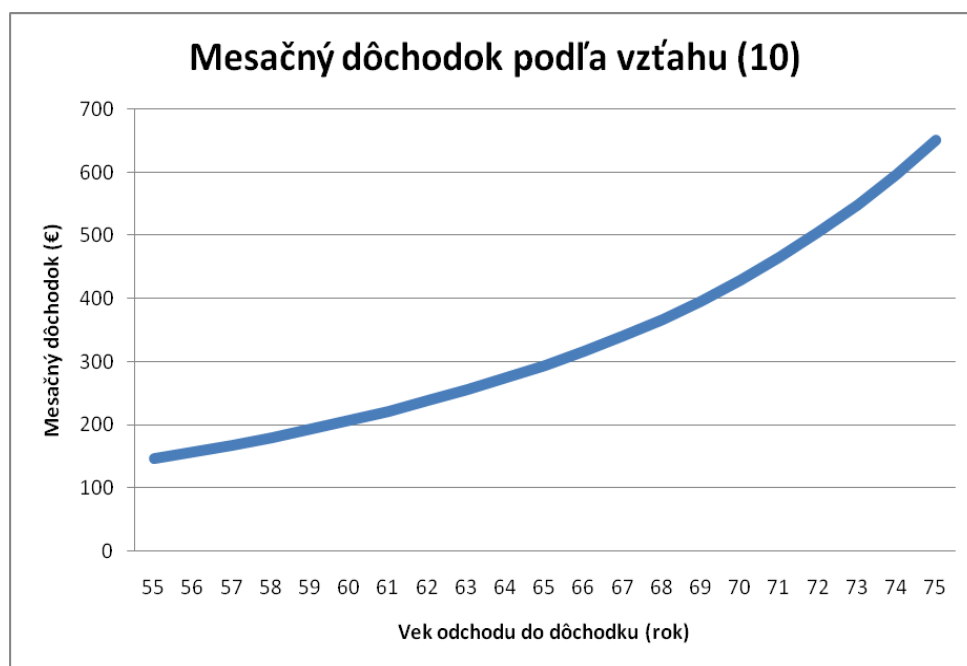
- Dôchodok (10) - doživotný mesačný dôchodok, kde celá suma nasparených finančných prostriedkov je rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky.
- Dôchodok (13) - mesačný dôchodok, poberaný z DDS počas najbližších n rokov, pričom celá nasparená finančná suma je rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky.
- Dôchodok (17) - doživotný mesačný dôchodok, ak chceme z nasparenej sumy vybrať p % na začiatku poberania dôchodku a ešte máme záujem, aby po prípadnom úmrtí pozostali dostávali z % pôvodného mesačného dôchodku.

Tabuľka č.1 : Výpočty výšky mesačných dôchodkov pri úrokovej miere 2,5% p.a

vek (rok)	Dôchodok (10) (€)	Dôchodok (13)(€)	Dôchodok (17) (€)
55	146,02	148,64	123,9
56	156,47	158,02	132,43
57	167,7	168,51	141,55
58	179,72	180,08	151,26
59	192,63	192,76	161,63
60	206,47	206,51	172,7
61	221,37	221,38	184,54
62	237,38	237,38	197,18
63	254,7	254,71	210,77
64	273,55	273,56	225,44
65	294,11	294,11	241,31
66	316,38	316,38	258,36
67	340,59	340,6	276,75
68	367,04	367,05	296,64
69	396,51	396,52	318,54
70	429,17	429,18	342,53
71	465,32	465,33	368,74
72	504,75	504,77	396,97
73	548,5	548,52	427,84
74	597,06	597,09	461,59
75	650,79	650,83	498,31

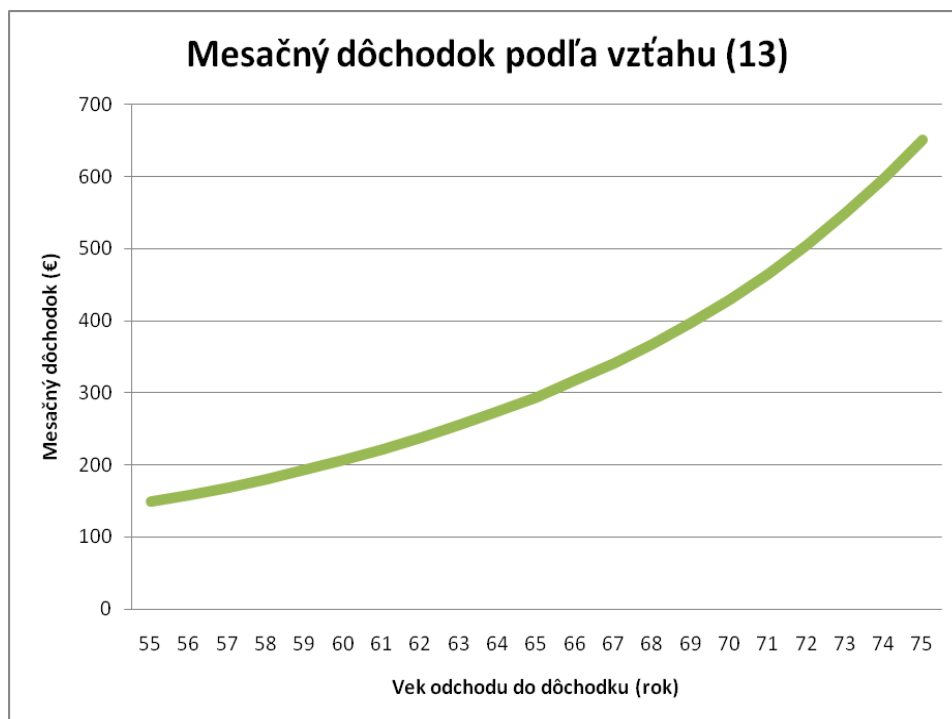
Zdroj : Vlastné spracovanie

Graf č. 1 - Výška mesačného dôchodku podľa vzorca (10),



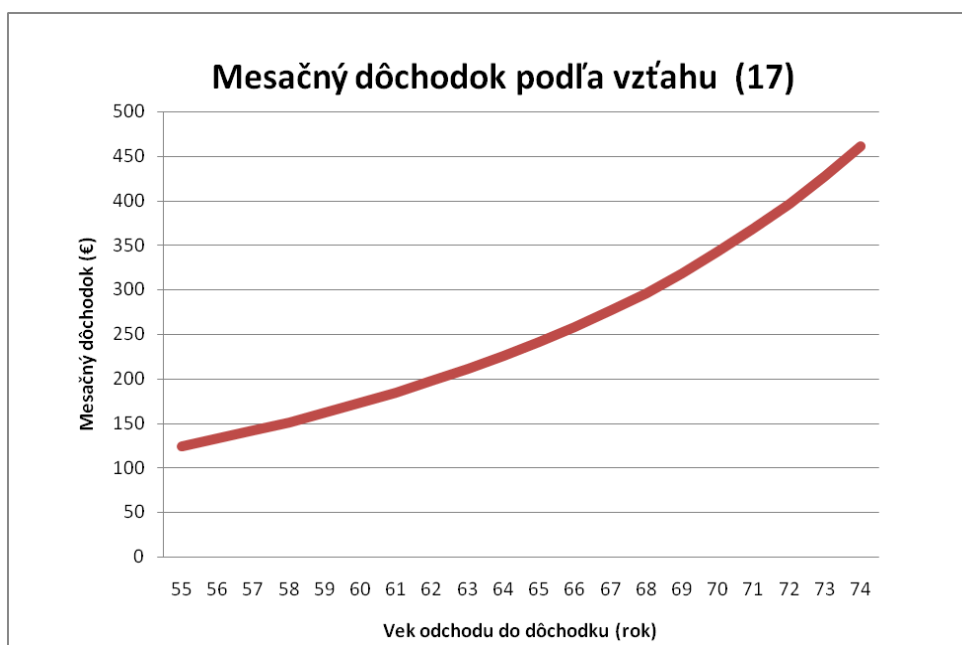
Zdroj: Vlastné spracovanie

Graf č. 2 - Výška mesačného dôchodku podľa vzorca (13)



Zdroj : Vlastné spracovanie

Graf č. 3 - Výška doživotného mesačného dôchodku podľa vzorca (17)



Zdroj : Vlastné spracovanie

V Tabuľke č. 2 sú uvedené výšky jednotlivých typov dôchodkov kalkulované s úrokovou mierou 7,0 % p. a. v nasledovnom poradí:

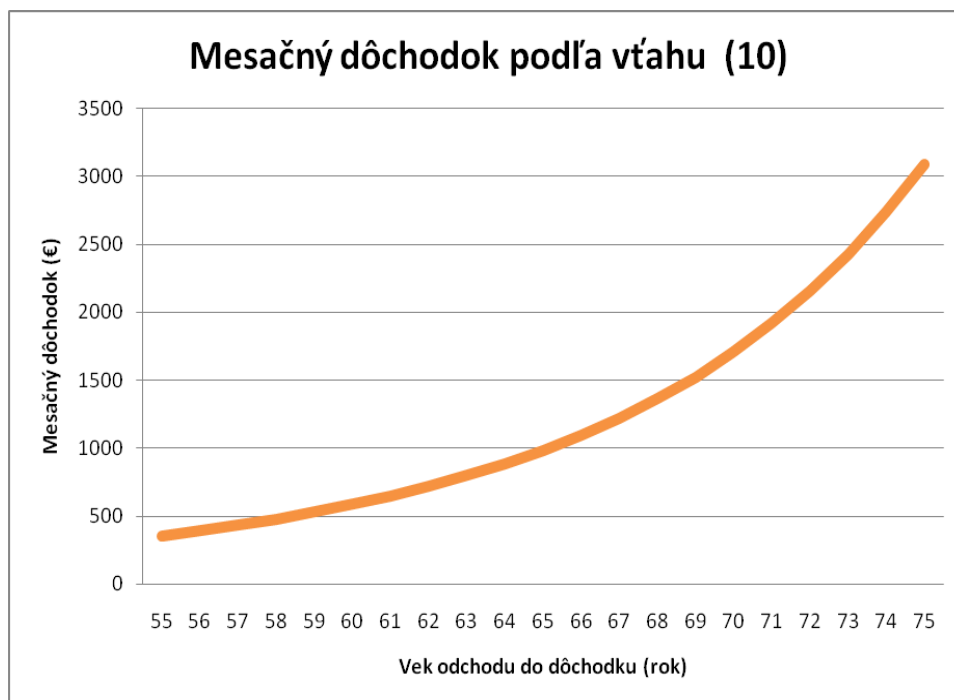
- Dôchodok (10) - doživotný mesačný dôchodok, kde celá suma nasporených finančných prostriedkov je rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky.
- Dôchodok (13) - mesačný dôchodok, poberaný z DDS počas najbližších n rokov, pričom celá nasporená finančná suma je rozpočítaná na jednotlivé mesačné dôchodky.
- Dôchodok (17) – doživotný mesačný dôchodok, ak chceme z nasporenej sumy vybrať p % na začiatku poberania dôchodku a ešte máme záujem, aby po prípadnom úmrtí pozostalí dostávali z - násobok pôvodného mesačného dôchodku.

Tabuľka č.2 : Výpočty výšky mesačných dôchodkov pri úrokovej miere 7,0 % p.a.

vek (rok)	Dôchodok (10) (€)	Dôchodok (13) (€)	Dôchodok (17) (€)
55	353,06	359,41	301,25
56	390,49	394,37	332,41
57	432,05	434,15	366,88
58	478,13	479,1	404,95
59	529,31	529,67	447,07
60	586,15	586,24	493,63
61	649,4	649,42	545,23
62	719,75	719,76	602,34
63	798,41	798,42	665,85
64	886,69	886,71	736,73
65	985,99	986,01	815,94
66	1097,24	1097,27	904,13
67	1222,22	1222,25	1002,52
68	1363,14	1363,18	1112,64
69	1524,34	1524,38	1237,43
70	1708,22	1708,27	1378,42
71	1917,93	1918,00	1537,58
72	2154,82	2154,91	1715,59
73	2425,72	2425,83	1916,8
74	2735,89	2736,03	2144,28
75	3090,38	3090,56	2400,86

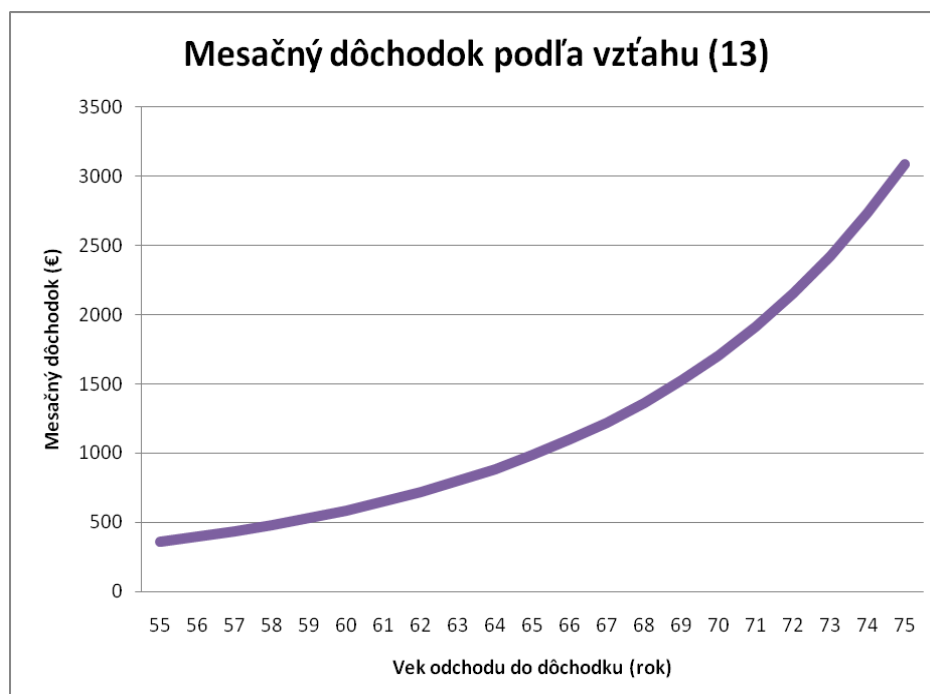
Zdroj : Vlastné spracovanie

Graf č. 4 - Výška mesačného dôchodku podľa vzorca (10), $i = 7,00\%$ p.a.



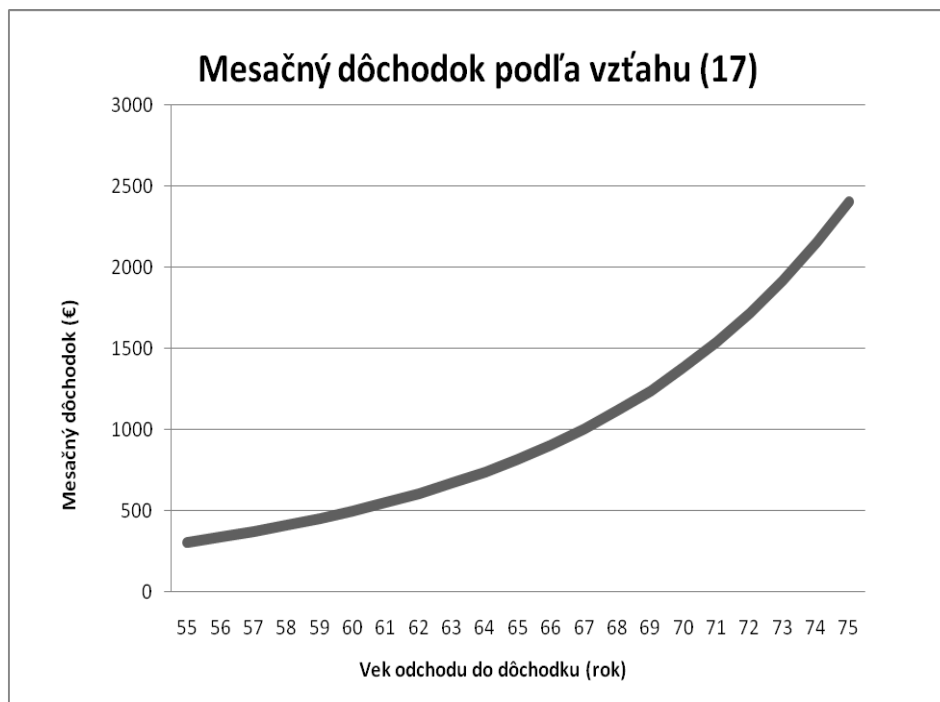
Zdroj : Vlastné spracovanie

Graf č. 5 - Výška mesačného dôchodku podľa vzorca (13), $i = 7,00\%$ p.a.



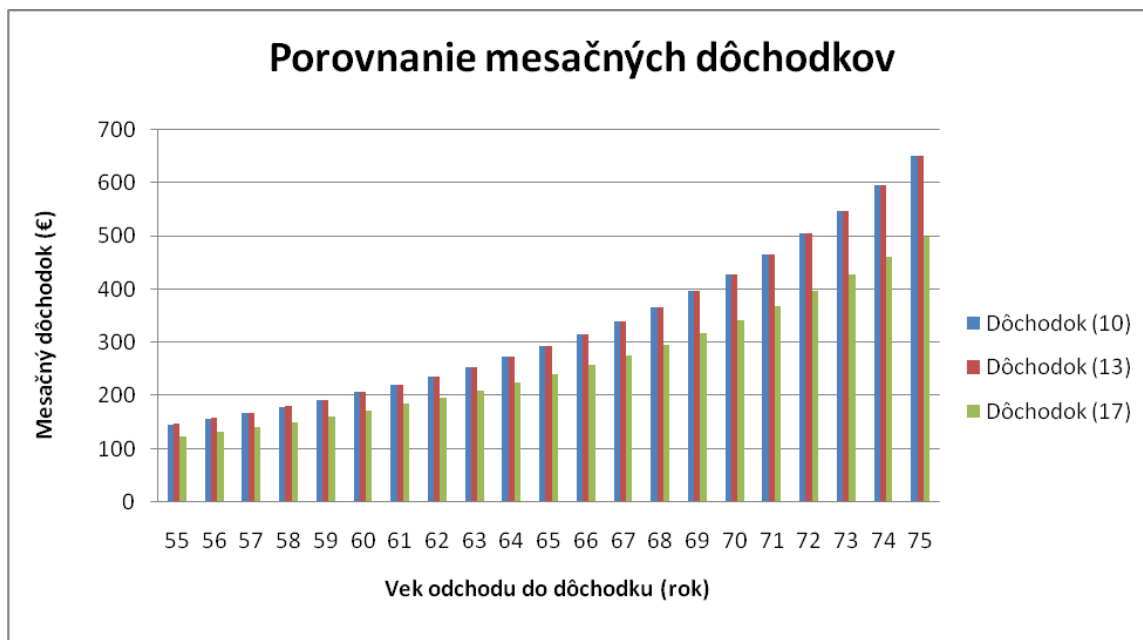
Zdroj : Vlastné spracovanie

Graf č. 6 - Výška doživotného mesačného dôchodku podľa vzorca (17), $i = 7,00\%$ p.a.



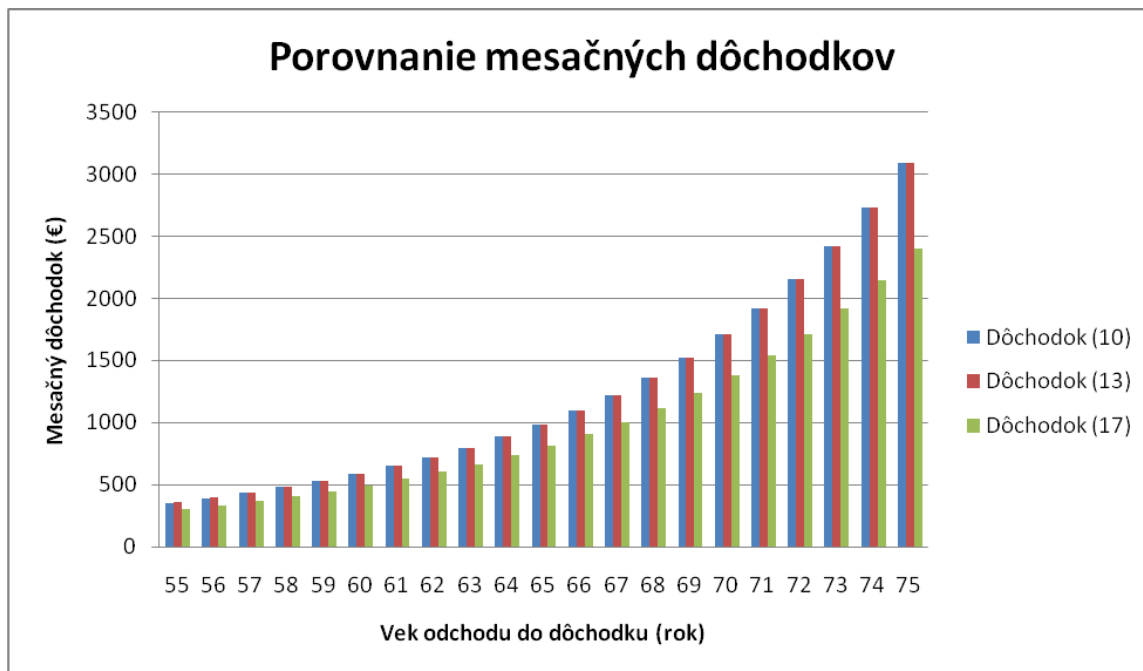
Zdroj : Vlastné spracovanie

Graf č. 7 – Porovnanie jednotlivých dôchodkov pri úrokovej miere 2,5 %



Zdroj : Vlastné spracovanie

Graf č. 8 – Porovnanie jednotlivých dôchodkov pri úrokovej miere 7 %



Zdroj : Vlastné spracovanie

Záver

Obsahom práce je zobrazenie situácie v dôchodkovej oblasti na Slovensku. Na začiatku práce som opísala, na čom funguje dôchodkový systém a v krátkosti som zhrnula čo je obsahom všetkých troch pilierov. Potom sa moja pozornosť obrátila hlavne na tretí pilier doplnkového dôchodkového sporenia. Cieľom tohto sporenia je umožniť príjem zvýšeného dôchodku pre ľudí, ktorí sa ho zúčastňujú. Princípom je zhromažďovanie finančných prostriedkov formou príspevkov účastníka a jeho zamestnávateľa a hospodárenie s týmito príspevkami. Po splnení stanovených podmienok sa vypláca niektorá z dávok doplnkového dôchodkového poistenia. Ako mladého človeka ma zaujíma, aký dôchodok budem v budúcnosti dostávať. A práve preto som sa rozhodla v práci modelovať produkty, ktoré môžem ako účastníčka DDS poberať vo veku od 55 rokov do 75 rokov dôchodkového veku. Priznajme si, že žijeme v dobe, v ktorej sa vek odchodu do dôchodku neustále zvyšuje. A pri tomto tempe to kľudne môže byť aj 75 rokov. Svoje výsledky som sa rozhodla interpretovať za pomoci grafov a tabuliek, aby si všetci vedeli predstaviť, ako sa ich dôchodky môžu vyvíjať v rôznom veku, kedy sa rozhodnú poberať dôchodok.

Teraz keď to už vieme, mali by sme sa o výšku svojich úspor viac zaujímať. Nemali by sme slepo dôverovať sporiteľníam a myslieť si, že konajú v naše dobro. Preto by sme sa mali aj zaujímať o poistno-matematické výpočty našich budúcich dôchodkov a aj žiadať od jednotlivých doplnkových dôchodkových spoločností, aby na svojich webových stránkach uverejňovali poistno-matematické vzťahy na určovanie výšky jednotlivých dôchodkov, poprípade aj jednotlivých nákladov, ktoré určite budú v budúcnosti vynakladané, ale aj kalkulované v ich produktoch.

Buďme zodpovední a strážme si svoje úspory, ako najlepšie vieme.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

Knižná literatúra :

1. CIPRA, T. 1996. *Penzijní pojištění a jeho výpočetní aspekty*. Praha : Edice HZ, 1996. 234 s. ISBN: 80-86009-04-1
2. ŠPIRKOVÁ, J. - URBANÍKOVÁ, M. 2012. *Aktuárska matematika – životné poistenie*. Bratislava : Iura Edition, 2012. 241 s. ISBN: 978-80-8078-514-7

Zborníky, časopisy :

1. RUPPOVÁ, N. 2009. Účast' zamestnávateľa na doplnkovom dôchodkovom sporení. In *Personálny a mzdový poradca podnikateľa*, 2009, č.2-3 ISSN – 1335-1508, s.101-111

Internet :

1. POISTENIE.SK. Doplnkové dôchodkové sporenie – tretí pilier. [online]. [cit. 10.1.2013], dostupné na internete : <http://www.poistenie.sk/doplnkove-dochodkove-sporenie-treti-pilier>
2. <http://virtualnadss.umb.sk/index.asp?uid=154>
3. <http://maag.euba.sk/documents/pravnaupravadochsystemu.pdf>

Zákony, vyhlášky :

1. Zákon NR SR č. 650/2004 Z. z. o doplnkovom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov

Príloha 1 : Tabuľka č. 3 : Komutačné funkcie pre $i = 0,025$

x	D_x	C_x	N_x	M_x	S_x	R_x
0	100000,000000	493,528892	3421600,569894	16547,162100	93866211,472372	1132203,672083
1	97067,471108	40,319145	3321600,569894	16053,633208	90444610,902478	1115656,509982
2	94659,676343	20,556865	3224533,098786	16013,314063	87123010,332584	1099602,876774
3	92330,369972	22,618564	3129873,422443	15992,757198	83898477,233798	1083589,562711
4	90055,813684	18,910655	3037543,052472	15970,138634	80768603,811355	1067596,805513
5	87840,441733	19,207406	2947487,238788	15951,227979	77731060,758884	1051626,666879
6	85678,805953	16,146413	2859646,797055	15932,020573	74783573,520096	1035675,438900
7	83572,953463	16,210780	2773967,991102	15915,874160	71923926,723041	1019743,418327
8	81518,398348	13,703464	2690395,037639	15899,663380	69149958,731939	1003827,544167
9	79516,461148	11,261750	2608876,639292	15885,959915	66459563,694299	987927,880788
10	77565,792911	8,961718	2529360,178144	15874,698166	63850687,055008	972041,920872
11	75665,001504	10,664286	2451794,385233	15865,736448	61321326,876864	956167,222706
12	73808,867831	10,531295	2376129,383730	15855,072162	58869532,491631	940301,486259
13	71998,138250	13,247601	2302320,515899	15844,540867	56493403,107901	924446,414097
14	70228,856057	14,533982	2230322,377649	15831,293266	54191082,592003	908601,873230
15	68501,440276	18,103520	2160093,521592	15816,759284	51960760,214354	892770,579964
16	66812,586628	22,467501	2091592,081316	15798,655764	49800666,692762	876953,820679
17	65160,560139	27,456505	2024779,494688	15776,188263	47709074,611446	861155,164915
18	63543,837572	28,288346	1959618,934549	15748,731758	45684295,116758	845378,976652
19	61965,715028	27,793615	1896075,096978	15720,443412	43724676,182209	829630,244893
20	60426,577623	29,370623	1834109,381950	15692,649798	41828601,085231	813909,801481
21	58923,402772	29,346320	1773682,804327	15663,279174	39994491,703281	798217,151684
22	57456,914658	26,483469	1714759,401555	15633,932855	38220808,898955	782553,872509
23	56029,057041	26,585245	1657302,486896	15607,449386	36506049,497400	766919,939655
24	54635,923095	29,736001	1601273,429855	15580,864140	34848747,010504	751312,490269
25	53273,616930	32,161290	1546637,506760	15551,128140	33247473,580649	735731,626128
26	51942,112123	32,795810	1493363,889831	15518,966850	31700836,073889	720180,497989
27	50642,448198	32,406494	1441421,777708	15486,171040	30207472,184058	704661,531139
28	49374,872392	33,836913	1390779,329510	15453,764545	28766050,406350	689175,360099
29	48136,782341	34,593336	1341404,457117	15419,927632	27375271,076841	673721,595553
30	46928,132884	34,108647	1293267,674776	15385,334296	26033866,619724	658301,667921
31	45749,447076	32,372435	1246339,541893	15351,225649	24740598,944947	642916,333625
32	44601,245627	33,308131	1200590,094817	15318,853214	23494259,403055	627565,107976
33	43480,113115	36,237729	1155988,849190	15285,545083	22293669,308238	612246,254762
34	42383,395427	39,485687	1112508,736075	15249,307354	21137680,459048	596960,709679
35	41310,178726	42,927780	1070125,340648	15209,821668	20025171,722973	581711,402324
36	40259,695687	42,705809	1028815,161921	15166,893888	18955046,382325	566501,580657
37	39235,055900	46,117009	988555,466235	15124,188078	17926231,220404	551334,686769
38	38231,995877	48,438300	949320,410335	15078,071069	16937675,754169	536210,498691
39	37251,079198	54,680274	911088,414458	15029,632770	15988355,343834	521132,427621
40	36287,845103	59,230318	873837,335259	14974,952496	15077266,929377	506102,794852
41	35343,554242	66,293798	837549,490157	14915,722177	14203429,594117	491127,842356
42	34415,231157	72,753797	802205,935915	14849,428380	13365880,103960	476212,120179
43	33503,089871	83,176489	767790,704758	14776,674582	12563674,168046	461362,691799
44	32602,773021	91,960868	734287,614887	14693,498093	11795883,463288	446586,017217
45	31715,630518	99,441688	701684,841866	14601,537225	11061595,848401	431892,519124
46	30842,644602	102,153906	669969,211348	14502,095537	10359911,006535	417290,981898
47	29988,238595	105,197157	639126,566745	14399,941632	9689941,795187	402788,886361
48	29151,628298	108,477039	609138,328151	14294,744474	9050815,228442	388388,944729
49	28332,143044	119,276583	579986,699853	14186,267435	8441676,900291	374094,200255
50	27521,845493	139,148110	551654,556809	14066,990852	7861690,200438	359907,932820

x	D_x	C_x	N_x	M_x	S_x	R_x
51	26711,439571	158,278847	524132,711316	13927,842742	7310035,643629	345840,941968
52	25901,668713	169,967770	497421,271744	13769,563895	6785902,932313	331913,099225
53	25099,959244	176,293659	471519,603031	13599,596126	6288481,660569	318143,535330
54	24311,477579	180,973057	446419,643788	13423,302467	5816962,057537	304543,939204
55	23537,547584	184,833164	422108,166209	13242,329410	5370542,413750	291120,636738
56	22778,633634	190,571682	398570,618625	13057,496246	4948434,247541	277878,307328
57	22032,491077	203,602895	375791,984991	12866,924563	4549863,628916	264820,811082
58	21291,515725	214,604894	353759,493914	12663,321668	4174071,643924	251953,886519
59	20557,610762	228,053987	332467,978189	12448,716774	3820312,150011	239290,564851
60	19828,156648	238,971539	311910,367428	12220,662786	3487844,171821	226841,848077
61	19105,576368	253,730190	292082,210780	11981,691247	3175933,804394	214621,185290
62	18385,861170	260,652751	272976,634411	11727,961057	2883851,593614	202639,494043
63	17676,777265	264,498882	254590,773241	11467,308306	2610874,959203	190911,532986
64	16981,141786	269,246459	236913,995976	11202,809424	2356284,185962	179444,224680
65	16297,725279	284,300991	219932,854190	10933,562965	2119370,189986	168241,415256
66	15615,922769	297,184121	203635,128911	10649,261975	1899437,335797	157307,852291
67	14937,866291	307,258889	188019,206142	10352,077853	1695802,206886	146658,590316
68	14266,272843	300,740831	173081,339851	10044,818964	1507783,000744	136306,512463
69	13617,577617	305,943925	158815,067008	9744,078133	1334701,660893	126261,693499
70	12979,500974	317,063451	145197,489390	9438,134208	1175886,593885	116517,615366
71	12345,867494	344,553029	132217,988417	9121,070757	1030689,104495	107079,481158
72	11700,198758	356,888231	119872,120922	8776,517728	898471,116078	97958,410401
73	11057,942679	371,481713	108171,922164	8419,629497	778598,995156	89181,892673
74	10416,757744	390,868966	97113,979486	8048,147785	670427,072992	80762,263175
75	9771,824057	411,405882	86697,221741	7657,278819	573313,093506	72714,115391
76	9122,083387	423,234180	76925,397684	7245,872937	486615,871765	65056,836572
77	8476,361593	427,665594	67803,314298	6822,638757	409690,474080	57810,963635
78	7841,957539	440,718640	59326,952705	6394,973163	341887,159783	50988,324878
79	7209,973555	452,099391	51484,995165	5954,254523	282560,207078	44593,351715
80	6582,022909	461,143829	44275,021610	5502,155132	231075,211913	38639,097192
81	5960,343541	467,123801	37692,998702	5041,011302	186800,190302	33136,942060
82	5347,846961	469,272371	31732,655161	4573,887501	149107,191601	28095,930758
83	4748,140602	466,822871	26384,808201	4104,615130	117374,536439	23522,043257
84	4165,510582	459,063342	21636,667599	3637,792259	90989,728239	19417,428127
85	3604,850437	445,406521	17471,157017	3178,728917	69353,060640	15779,635868
86	3071,521614	425,472847	13866,306580	2733,322396	51881,903623	12600,906951
87	2571,134355	399,180211	10794,784966	2307,849550	38015,597043	9867,584554
88	2109,244177	366,829456	8223,650611	1908,669338	27220,812076	7559,735005
89	1690,970255	329,169677	6114,406434	1541,839882	18997,161465	5651,065666
90	1320,557813	287,423615	4423,436179	1212,670205	12882,755031	4109,225784
91	1000,925794	243,252855	3102,878366	925,246590	8459,318851	2896,555579
92	733,260358	198,647568	2101,952572	681,993735	5356,440485	1971,308989
93	516,728570	155,737944	1368,692214	483,346167	3254,487913	1289,315254
94	348,387615	116,544185	851,963644	327,608222	1885,795699	805,969087
95	223,346257	82,705257	503,576029	211,064037	1033,832055	478,360865
96	135,193584	55,245827	280,229772	128,358780	530,256026	267,296828
97	76,650386	34,445413	145,036188	73,112953	250,026254	138,938048
98	40,335470	19,855285	68,385802	38,667540	104,990066	65,825095
99	19,496403	10,466955	28,050333	18,812255	36,604263	27,157555
100+	8,553930	8,345300	8,553930	8,345300	8,553930	8,345300

Prameň: vlastné spracovanie podľa <http://portal.statistics.sk/showdoc.do?docid=33032>

Príloha 2: Tabuľka č. 4 : Komutačné funkcie pre $i = 0,07$

x	D_x	C_x	N_x	M_x	S_x	R_x
0	100000,000000	472,772664	1503423,882952	1644,506153	22103518,308037	57389,611721
1	92985,127336	36,999074	1403423,882952	1171,733490	20600094,425085	55745,105568
2	86864,948246	18,070752	1310438,755615	1134,734415	19196670,542133	54573,372078
3	81164,085716	19,046893	1223573,807369	1116,663664	17886231,786518	53438,637663
4	75835,203171	15,254763	1142409,721654	1097,616771	16662657,979149	52321,974000
5	70858,733582	14,842511	1066574,518482	1082,362008	15520248,257495	51224,357229
6	66208,241862	11,952383	995715,784900	1067,519498	14453673,739013	50141,995220
7	61864,880088	11,495348	929507,543038	1055,567115	13457957,954113	49074,475722
8	57806,122421	9,308685	867642,662950	1044,071768	12528450,411075	48018,908607
9	54015,079400	7,328307	809836,540529	1034,763082	11660807,748125	46974,836839
10	50474,030584	5,586358	755821,461129	1027,434776	10850971,207596	45940,073757
11	47166,382671	6,368088	705347,430544	1021,848418	10095149,746467	44912,638981
12	44074,342662	6,024193	658181,047873	1015,480329	9389802,315923	43890,790563
13	41184,930898	7,259289	614106,705211	1009,456137	8731621,268050	42875,310234
14	38483,312245	7,629239	572921,774313	1002,196848	8117514,562839	41865,854097
15	35958,066235	9,103312	534438,462068	994,567608	7544592,788526	40863,657250
16	33596,550272	10,822584	498480,395832	985,464296	7010154,326458	39869,089641
17	31387,807773	12,669551	464883,845560	974,641713	6511673,930626	38883,625345
18	29321,716450	12,504412	433496,037787	961,972162	6046790,085066	37908,983632
19	27390,956026	11,769026	404174,321336	949,467750	5613294,047279	36947,011469
20	25587,243266	11,913749	376783,365310	937,698724	5209119,725942	35997,543719
21	23901,386476	11,403251	351196,122044	925,784975	4832336,360632	35059,844995
22	22326,330620	9,858020	327294,735569	914,381724	4481140,238588	34134,060020
23	20855,861724	9,479715	304968,404949	904,523704	4153845,503020	33219,678296
24	19481,970679	10,157269	284112,543225	895,043989	3848877,098071	32315,154592
25	18197,283407	10,523679	264630,572545	884,886721	3564764,554846	31420,110603
26	16996,275250	10,279980	246433,289138	874,363041	3300133,982300	30535,223882
27	15874,081946	9,730737	229437,013888	864,083061	3053700,693162	29660,860841
28	14825,852894	9,732944	213562,931942	854,352323	2824263,679273	28796,777780
29	13846,197828	9,532037	198737,079048	844,619380	2610700,747331	27942,425457
30	12930,833683	9,003213	184890,881220	835,087343	2411963,668283	27097,806077
31	12075,882400	8,185556	171960,047537	826,084130	2227072,787063	26262,718734
32	11277,680542	8,067943	159884,165137	817,898575	2055112,739526	25436,634604
33	10531,815460	8,408399	148606,484595	809,830631	1895228,574390	24618,736030
34	9834,405162	8,776711	138074,669135	801,422232	1746622,089795	23808,905398
35	9182,251830	9,140508	128240,263973	792,645521	1608547,420660	23007,483166
36	8572,399225	8,710812	119058,012143	783,505013	1480307,156687	22214,837646
37	8002,873484	9,010992	110485,612918	774,794201	1361249,144544	21431,332633
38	7470,306506	9,066509	102482,739435	765,783209	1250763,531625	20656,538432
39	6972,525074	9,804415	95012,432929	756,716700	1148280,792191	19890,755223
40	6506,571097	10,173604	88039,907854	746,912285	1053268,359262	19134,038523
41	6070,731105	10,907958	81533,336758	736,738681	965228,451408	18387,126238
42	5662,669847	11,467427	75462,605653	725,830723	883695,114650	17650,387558
43	5280,744896	12,558873	69799,935806	714,363296	808232,508997	16924,556835
44	4922,714411	13,301265	64519,190910	701,804422	738432,573191	16210,193539
45	4587,364246	13,778379	59596,476499	688,503157	673913,382281	15508,389117
46	4273,475911	13,558898	55009,112253	674,724778	614316,905782	14819,885959
47	3980,341945	13,375598	50735,636342	661,165880	559307,793530	14145,161181
48	3706,568397	13,212555	46755,294397	647,790282	508572,157188	13483,995302
49	3450,868431	13,916946	43048,726000	634,577727	461816,862791	12836,205020

x	D_x	C_x	N_x	M_x	S_x	R_x
50	3211,192221	15,552702	39597,857569	620,660781	418768,136791	12201,627292
51	2985,560114	16,946936	36386,665348	605,108080	379170,279221	11580,966511
52	2773,294850	17,433101	33401,105235	588,161144	342783,613873	10975,858431
53	2574,430026	17,321462	30627,810385	570,728043	309382,508638	10387,697287
54	2388,686778	17,033408	28053,380359	553,406581	278754,698253	9816,969244
55	2215,383092	16,665076	25664,693581	536,373173	250701,317895	9263,562663
56	2053,785439	16,459838	23449,310489	519,708097	225036,624313	8727,189490
57	1902,964904	16,845771	21395,525051	503,248260	201587,313824	8207,481393
58	1761,625266	17,009296	19492,560147	486,402488	180191,788773	7704,233133
59	1629,368683	17,315067	17730,934881	469,393192	160699,228627	7217,830645
60	1505,458687	17,380908	16101,566198	452,078125	142968,293746	6748,437453
61	1389,589167	17,678206	14596,107511	434,697217	126866,727547	6296,359328
62	1281,002648	17,396751	13206,518344	417,019011	112270,620036	5861,662111
63	1179,801423	16,911006	11925,515696	399,622260	99064,101692	5444,643100
64	1085,706628	16,490559	10745,714274	382,711255	87138,585996	5045,020839
65	998,188056	16,680287	9660,007646	366,220696	76392,871722	4662,309585
66	916,205308	16,702848	8661,819590	349,540408	66732,864077	4296,088889
67	839,563392	16,542805	7745,614282	332,837560	58071,044487	3946,548481
68	768,095510	15,510896	6906,050890	316,294755	50325,430205	3613,710920
69	702,335039	15,115624	6137,955379	300,783860	43419,379315	3297,416165
70	641,271954	15,006182	5435,620341	285,668236	37281,423936	2996,632305
71	584,313119	15,621397	4794,348387	270,662054	31845,803596	2710,964070
72	530,465374	15,500147	4210,035267	255,040656	27051,455209	2440,302016
73	480,261652	15,455419	3679,569894	239,540510	22841,419941	2185,261360
74	433,387035	15,578094	3199,308242	224,085091	19161,850048	1945,720850
75	389,456328	15,707006	2765,921206	208,506997	15962,541806	1721,635759
76	348,270700	15,479018	2376,464878	192,799991	13196,620600	1513,128762
77	310,007465	14,983275	2028,194178	177,320973	10820,155721	1320,328771
78	274,743191	14,791208	1718,186714	162,337698	8791,961543	1143,007798
79	241,978008	14,535030	1443,443523	147,546490	7073,774829	980,670100
80	211,612535	14,202284	1201,465515	133,011460	5630,331306	833,123610
81	183,566348	13,781407	989,852979	118,809176	4428,865792	700,112150
82	157,775848	13,262528	806,286631	105,027770	3439,012813	581,302974
83	134,191466	12,638433	648,510783	91,765242	2632,726182	476,275204
84	112,774093	11,905660	514,319318	79,126809	1984,215398	384,509962
85	93,490639	11,065657	401,545224	67,221149	1469,896081	305,383153
86	76,308730	10,125868	308,054586	56,155491	1068,350856	238,162004
87	61,190668	9,100583	231,745855	46,029623	760,296271	182,006513
88	48,086931	8,011322	170,555187	36,929040	528,550415	135,976890
89	36,929714	6,886516	122,468256	28,917718	357,995228	99,047850
90	27,627219	5,760258	85,538542	22,031202	235,526972	70,130132
91	20,059560	4,670004	57,911323	16,270944	149,988430	48,098930
92	14,077240	3,653275	37,851763	11,600940	92,077107	31,827986
93	9,503018	2,743679	23,774523	7,947665	54,225344	20,227047
94	6,137642	1,966841	14,271505	5,203986	30,450821	12,279382
95	3,769270	1,337062	8,133863	3,237145	16,179316	7,075396
96	2,185619	0,855574	4,364592	1,900083	8,045453	3,838251
97	1,187060	0,511010	2,178973	1,044509	3,680861	1,938168
98	0,598391	0,282172	0,991914	0,533499	1,501887	0,893659
99	0,277072	0,142494	0,393523	0,251327	0,509974	0,360160
100	0,116451	0,108833	0,116451	0,108833	0,116451	0,108833

Prameň: vlastné spracovanie podľa <http://portal.statistics.sk/showdoc.do?docid=33032>